Ministère de l'Education Nationale

Direction Générale des Examens et Concours

République Gabonaise
Union-Travail-Justice

BACCALAUREAT DU SECOND DEGRE GENERAL
SESSION 2019

EPREUVE DE MATHEMATIQUES
Série : C

Durée: 4 heures

Coefficient: 5

Calculatrice autorisée

Exercice 1 : QCM (5 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.

Pour chacune des cinq questions, une seule des trois réponses est exacte. Aucune justification n'est demandée. Pour chaque réponse, vous indiquerez sur votre copie le numéro de la question et le code (A, B ou C) correspondant à la réponse choisie.

Une bonne réponse vaut **1 point**, une mauvaise réponse fait perdre 0,5 point, L'absence de réponse n'ajoute ni ne retranche aucun point; si le total des points est négatif, la note est ramenée à zéro.

1. Dans un repère orthonormal, la parabole (P) a pour équation $y = 3x^2$. Alors :

Réponse A	Réponse B	Réponse C
Le foyer de (P) a pour coordonnées $\left(\frac{1}{12};0\right)$	Le foyer de (P) a pour coordonnées $\left(0;\frac{1}{12}\right)$ et sa directrice a pour équation $y = -\frac{1}{12}$	Le foyer de (P) a pour coordonnées $\left(0;\frac{1}{12}\right)$ et sa directrice a pour équation $y = \frac{1}{12}$

2. Soit (E) l'ensemble des entiers naturels écrits en base 10, sous la forme $\overline{abba}$ où a est un chiffre supérieur ou égal à 2 et b un chiffre quelconque. Le nombre d'éléments de (E) est :

Réponse A	Réponse B	Réponse C
8	18	80

3. Soit (u_n) la suite définie par son 1er terme u_0 et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3$

Réponse A	Réponse B	Réponse C
Si (u_n) converge, sa limite est 3	Si $u_0 \in [6;+\infty[$,la suite (u_n) est croissante	Si $u_0 \in [6;+\infty[$, la suite (u_n) est décroissante et minorée

4. Z est un nombre complexe non nul. On pose : $Z = 1 + e^{i\theta}$ avec $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ Alors :

Réponse A	Réponse B	Réponse C
$arg(\bar{Z}) \equiv \pi - \frac{\theta}{2} [2\pi]$	$arg(\bar{Z}) \equiv -\frac{\theta}{2} [2\pi]$	$arg(\bar{Z}) \equiv \pi + \frac{\theta}{2} [2\pi]$

5. Soit A et B deux événements de probabilités non nulles d'une même expérience aléatoire.

Réponse A	Réponse B	Réponse C
$P_A(B)$ et $P_A(\bar{B})$ sont des probabilités d'événements contraires	$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$	$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

TAMBA Foli

<u>Exercice 2</u> : **Etude de fonction (5 points)**

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

On considère la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{1}{x+3} \times \ln(x+3)$

1. a) Justifier que f est dérivable sur $[0; +\infty[$.
   b) Etudier la limite de f en $+\infty$.
   c) Déterminer $f'(x)$, où f' est la fonction dérivée de f sur D_f.
   d) En déduire le sens de variation de f sur $[0; +\infty[$.
   e) Démontrer que pour tout $x \in [0; +\infty[, f(x) > 0$.
2. On définit la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ par : $u_n = \int_n^{n+1} f(x)dx$.
   a) Démontrer que pour tout $x \in [n; n+1], f(n+1) \leq f(x) \leq f(n)$.
   b) Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}, f(n+1) \leq u_n \leq f(n)$.
   c) En déduire que la suite (u_n) est décroissante, puis qu'elle est convergente et déterminer sa limite.
3. On pose pour tout entier naturel n, $I_n = \int_0^n f(x)dx$.

   Démontrer que, pour tout entier naturel n, $I_n = \frac{(\ln(n+3))^2}{2} - \frac{(\ln 3)^2}{2}$.
4. Pour tout entier naturel $n \geq 1$, on donne : $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_{n-1}$
   a) Justifier que, pour tout entier naturel $n \geq 1$, $I_n = S_n$.
   b) En déduire la limite de la suite $\left(\frac{1}{n^2} S_n\right)_{n\geq 1}$.

Exercice 3 : **Rotations- composées de réflexions d'axes sécants (5 points).**

Dans le plan orienté, on considère un triangle OAB rectangle et isocèle en O tel que $(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}})$ est orienté dans le sens direct.

On donne R_A et R_B les rotations de centres respectifs A et B et d'angle $\frac{\pi}{2}$, S_O la symétrie de centre O.

On place un point C n'appartenant pas à (AB) dans le demi-plan de frontière (AB) contenant le point O.

1. a) Construire les carrés BEDC et ACFG directs.

   b) Donner les mesures de $(\widehat{\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BC}})$ et $(\widehat{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AG}})$.

   c) Déterminer $R_A \circ R_B(E)$.

2. a) Donner la nature et les éléments carâctéristiques de $S_{(AO)} \circ S_{(AB)}$ composée de réflexions d'axes (AB) et (AO).

   b) Ecrire R_B comme composée de deux réflexions.

   c) Démontrer que $R_A \circ R_B = S_O$.

3. Justifier que O est le milieu du segment $[EG]$.

4. On note R_F et R_D les rotations de centres respectifs F et D et de même angle $\frac{\pi}{2}$.

   a) Déterminer l'image de C par la transformation $R_F \circ S_O \circ R_D$

   b) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la transformation $R_F \circ S_O \circ R_D$.

5. Soit H le symétrique de D par rapport à O.

   a) Placer H.

   b) Démontrer que $R_F(H) = D$.

   c) Démontrer que le triangle FOD est rectangle et isocèle en O.

Exercice 4 : **Applications de l'espace (5 points)**

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

1. Soit (D) la droite passant par $E\ (1; 1; 0)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(1; 0; 1)$.

   Justifier que pour tout point M de l'espace, $M(x; y; z) \in (D) \Leftrightarrow \begin{cases} x = t + 1 \\ y = 1 \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

2. Soit $M(x; y; z)$ un point de l'espace et $M'(x'; y'; z')$ son symétrique par rapport à la droite (D);

K le milieu de [MM'].

a) Démontrer que le point K appartient à (D) si et seulement s'il existe un nombre réel t tel que: $\begin{cases} x' = 2t + 2 - x \\ y' = 2 - y \\ z' = 2t - z \end{cases}$

b) Démontrer que $(MM') \perp (D)$ si et seulement si $(x' - x) + (z' - z) = 0$

c) En déduire que l'expression analytique de S_D est : $\begin{cases} x' = z + 1 \\ y' = 2 - y \\ z' = x - 1 \end{cases}$

3. Soient (π) un plan orthogonal à (D) au point $E(1; 1; 0)$ et S_π la réflexion de plan (π)

a) Déterminer l'équation cartésienne du plan (π).

b) Justifier que l'expression analytique de S_π est: $\begin{cases} x' = -z + 1 \\ y' = y \\ z' = -x + 1 \end{cases}$.

c) Soit $(x; y; z)$, $M_1(x_1; y_1; z_1)$ et $M'(x'; y'; z')$ trois points de l'espace E tels que $M_1 = S_\pi(M)$ et $M' = S_D(M_1)$.

Déterminer l'expression analytique de $S_D \circ S_\pi$.

d) Soit $M(x; y; z)$un point de l'espace E et $M'(x'; y'; z')$ son image par S_A.

Déterminer l'expression analytique de S_A.

e) Que pouvez-vous conclure?