DEVOIR DE MATHS 4

EXERCICE I (5 points)

1°) Soit ABC un triangle non isocèle en A. On note d la bissectrice intérieure de l'angle Â et d' sa bissectrice extérieure.
Soit M un point du plan distinct de A. Montrer que M est un point de d ou de d' si et seulement si :

$$\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AM}\right)=\left(\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AC}\right)+k\pi \qquad k\in\mathbb{Z}$$

2°) Soit Γ le cercle circonscrit au triangle ABC. Montrer que les points d'intersection de la médiatrice de [BC] avec Γ appartient aux bissectrices d et d'.
3°) On pose AB = c, AC = b, BC = a.
Soit I barycentre de (B, b), (C, c)
J barycentre de (A, c), (B, b)
K barycentre de (A, b), (C, c)
H barycentre de (A, b + c), (B, b), (C, c)
a) Montrer que H est le milieu commun des segments [AI] et [JK].
b) Calculer en fonction de b et c les distances AJ et AK. En déduire que le quadrilatère AJIK est un losange.

EXERCICE II (4 points)

On considère l'équation :
(E) $(x,y)\in\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$, $19x+9y=3$
1°) Montrer que si (x,y) est une solution de (E) alors x est un multiple de 3.
2°) Résoudre l'équation (E).
3°) Déterminer les couples (x,y) solutions de l'équation (E) tels que le PGCD de x et y soit maximum.

PROBLEME (11 points)

Partie A:

1°) On considère la fonction f_n définie sur IR par :
$f_n(x)=(1-x)^n e^x$, $n\in\mathbb{N}^*$
Etudier les variations de f_n pour n pair et puis pour n impair. Déterminer les limites de f_n en $-\infty$ et en $+\infty$.
Présenter les résultats dans deux tableaux.
2°) a) Dresser le tableau des variations de la fonction f_n.
b) On donne le tableau suivant :

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$f_3(x)$	1	0,8057	0,6254	0,4630	0,3222	0,2061
x	0,6	0,7	0,8	0,9	1	
$f_3(x)$	0,1166	0,0544	0,0178	0,0025	0	

Construire sur [0 ; 1] , la courbe (C_3) représentative de f_3 dans un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$ d'unité 10 cm.
c) En appliquant la méthode des rectangles aux intervalles $\left[\frac{k}{10},\frac{k+1}{10}\right]$, $0\le k\le 9$, montrer que :

$$\frac{1}{10}[f_3(0,1)+f_3(0,2)+\ldots+f_3(1)]\le\int_0^1 f_3(x)\,dx\le\frac{1}{10}[f_3(0)+f_3(0,1)+\ldots+f_3(0,9)]$$

En déduire un encadrement de $\int_0^1 f_3(x)\,dx$

Partie B:

Soit F_p la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par : $F_p(x)=\int_0^x (1-t)^{2p+1}e^t\,dt$, $p\in\mathbb{N}$.
1°) Montrer que pour tout réel $t\ge 1$, on a : $e^t(1-t)^{2p+1}\le(1-t)^{2p+1}$
En déduire les limites de $F_p(x)$ et de $\frac{1}{x}F_p(x)$ quand x tend vers $+\infty$.
2°) Montrer que pour tout réel t de [0 ; 1], on a :
$(1-t)^{2p+1}\le e^t(1-t)^{2p+1}\le e(1-t)^{2p+1}$.
En déduire un encadrement de $F_p(1)$ et ensuite de $F_1(1)$.
Comparer cet encadrement à celui obtenu dans la partie A.2.c).
3°) a) Calculer $F'_p(x)$ et dresser le tableau de variations de F_p.
b) Montrer qu'il existe un réel α_p unique, tel que $\alpha_p\ge 1$ et $F_p(\alpha_p)=0$.
4°) Donner l'allure de la courbe représentative de F_1 définie sur + dans un nouveau repère orthonormal d'unité graphique 2 cm. On prendra $F_1(1)=0,3$ et $\alpha_1=1,7$.

Partie C:

1°) Soit (u_n), $n\ge 1$, la suite définie par :

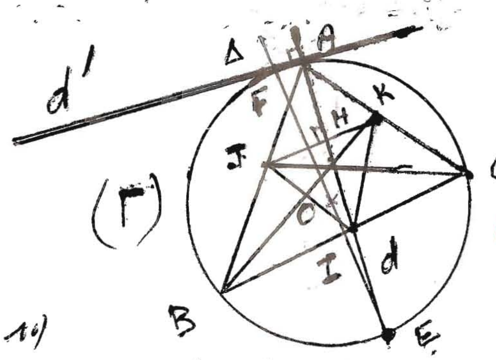
$$u_n=\int_0^1(1-t)^n e^t\,dt.$$

a) Montrer que cette suite est positive.
b) Montrer que cette suite est décroissante. Est-elle convergente ?
2°) Calculer la limite de cette suite.

Exercice I   Rq   5

$M \in d \Leftrightarrow (\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}) = (\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AC})\,[2\pi]$

$M \in d' \Leftrightarrow (\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}) = (\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AC}) + \pi\,[2\pi]$



$\Gamma \cap \Delta = \{E ; F\}$

O centre de Γ

0,5

1°)   Methode 1

$M \in d \cup d' \Leftrightarrow M \in d$ ou $M \in d'$

$\Leftrightarrow (\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}) = (\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AC})\,[2\pi]$ ou $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}) = (\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AC}) + \pi\,[2\pi]$

1

$\Leftrightarrow (\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}) = (\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AC}) + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

Ainsi $M \in d \cup d' \Leftrightarrow (\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}) = (\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AC}) + k\pi$ $k \in \mathbb{Z}$.

Methode 2 $k \in \mathbb{Z}$

$(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}) = (\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AC}) + k\pi \Leftrightarrow (\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}) = (\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}) + (\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) + k\pi$

$\Leftrightarrow 2(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}) = (\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) + k\pi$

$\Leftrightarrow (\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) + k\frac{\pi}{2}$

$\Leftrightarrow M \in d \cup d'$.

2° $E \in (\Delta) \cap (\Gamma) \Rightarrow EB = EC$ et $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE}) = (\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CE})\,[2\pi]$

1

or $(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CE}) = (\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AC})$ car $\widehat{EB} = \widehat{EC}$

donc $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE}) = (\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AC})\,[2\pi]$ et $E \in d$

$O, E, F \in (\Delta)$ mediatrice de $[BC]$ donc $[EF]$ est un diamètre de (Γ) et le triangle EFA est rectangle en A, or $(EA) = d$ donc $(AF) \perp d$ et $(AF) = d'$ puis $F \in d'$

Ainsi les points d'intersection de (Γ) et Δ sont sur d ou d'.

3°) a) D'après le Theo des bary. Partiels on a:

$H = \text{bar}\begin{pmatrix} A & B & C \\ b+c & b & c \end{pmatrix} = \text{bar}\begin{pmatrix} A & C & A & B \\ b & c & c & b \end{pmatrix} = \text{bar}\begin{pmatrix} A & I \\ b+c & b+c \end{pmatrix}$

1 $= \text{bar}\begin{pmatrix} J & K \\ b+c & b+c \end{pmatrix}$ les coeff etant egaux

H est le milieu de $[AI]$ et $[JK]$.

b) $J = \text{bar}\begin{pmatrix} A & B \\ c & b \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AJ} = \frac{b}{b+c}\overrightarrow{AB}$ et

$AJ = \frac{bc}{b+c}$ car $AB = c$

$K = \text{bar}\begin{pmatrix} A & C \\ b & c \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AK} = \frac{c}{b+c}\overrightarrow{AC}$ et $AK = \frac{bc}{b+c}$

1,5   car $AC = b$

les diagonales $[AI]$ et $[JK]$ ont même milieux H et $AJ = AK$ donc AJIK est un losange.

Exercice II   4   (E) $(x,y) \in \mathbb{Z}^2$ $19x + 9y = 3$

1° soit un couple $(x,y) \in \mathbb{Z}^2$ solution de (E)

on a: $19x + 9y = 3 \Leftrightarrow 19x = 3(1-3y)$

donc 3 divise $19x$. D'après le Theo de Gauss   0,5

3 divise x car 3 et 19 sont premiers entre eux, Ainsi x est un multiple de 3.

2° Resolvons (E) $19x + 9y = 3$

• cherchons d'abord 1 sol. parti. de (E). or 19 et 9 sont premiers entre eux, et

$19 - 18 = 19(1) + 9(-2) = 1$ et

$19(3) + 9(-6) = 3$ et $(u,v) = (3;-6)$ est une soluto partic. de (E).   0,5

$19x + 9y = 3 \Leftrightarrow 19x + 9y = 19(3) + 9(-6)$

$\Leftrightarrow 19(x-3) = -9(y+6)$

19 divise $-9(y+6)$, or 19 et 9 sont premiers entre eux, donc d'après le Theo de Gauss 19 divise $y+6$. Ainsi il existe k elt de $\mathbb{Z}$ / q $y = -6 + 19k$

1

on a alors $\begin{cases} 19(x-3) = 9(-y-6) \\ y = -6 + 19k \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} 19(x-3) = -9(19k) \\ y = -6 + 19k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - 9k \\ y = -6 + 19k \end{cases}$

$S = \{(3 - 9k ; -6 + 19k),\ k \in \mathbb{Z}\}$ 0,5

3° $\text{pgcd}(a;b) = \text{pgcd}(a + kb ; b)$, $k \in \mathbb{Z}$

$\text{pgcd}(3 - 9k ; -6 + 19k) =$

$= \text{pgcd}(3 - 9k ; -6 + 19k + 6 - 18k)$

$= \text{pgcd}(3 - 9k ; k)$ 1,5

$= \text{pgcd}(3 - 9k + 9k ; k)$

$= \text{pgcd}(3 ; k)$ on a alors

$\text{pgcd}(x,y) = \text{pgcd}(3 ; k) = 1$ ou 3 car 3 est un nombre premier.

$\text{pgcd}(x,y)$ est maximum si $\text{pgcd}(\ ) = 3$

Ainsi $\text{pgcd}(3 ; k) = 3 \Leftrightarrow k$ est un multiple de 3 et $k = 3k'$, $k' \in \mathbb{Z}$

$x = 3 - 27k'$ et $y = -6 + 57k'$

$S' = \{(3 - 27k' ; -6 + 57k'),\ k' \in \mathbb{Z}\}$

pour que $\text{pgcd}(x,y) = 3$ on a $(x,y) \in S'$

Problème (A) $f_n(x)=(1-x)^n e^x$

1°) Variation de f_n. $n\in\mathbb{N}^*$

f_n est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme produit de fonctions dérivables et $\forall x\in\mathbb{R}$

$$f_n'(x)=(1-x)^{n-1}e^x(1-n-x) \quad 0{,}25$$

• pour n pair, $n-1$ impair et $f_n'(x)$ est de signe de $(1-x)(1-n-x)$ car $e^x>0$

x	$-\infty$		$1-n$		1		$+\infty$
$1-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$1-n-x$		$+$	0	$-$		$-$	
		$+$	0	$-$	0	$+$	

0,5

f_n est strict. ↗ sur $]-\infty;1-n]$ et sur $[1;+\infty[$. 0,25

f_n est strict ↘ sur $[1-n;1]$

• pour n impair, $n-1$ pair et f_n est de signe $1-n-x$ car $e^x>0$ et $(1-x)^{n-1}\geq 0$

x	$-\infty$		$1-n$		1		$+\infty$
$(1-x)^{n-1}$		$+$		$+$	0	$+$	
$1-n-x$		$+$	0	$-$		$-$	
		$+$	0	$-$	0	$-$	

0,5

$f_n'\geq 0$ sur $]-\infty;1-n]$ et $f_n'\leq 0$ sur $[1-n;+\infty[$

0,25 f_n est strict ↗ sur $]-\infty;1-n]$ et f_n est str ↘ sur $[1-n;+\infty[$.

Calcul de limites posons $X=1-x$

quand $x\to-\infty$, $X\to+\infty$ et qd $x\to+\infty$, $X\to-\infty$

$$f_n(x)=(1-x)^n e^x=(1-x)^n e^{x-1}e=X^n e^{-X}e$$

$$\lim_{x\to+\infty} f_n(x)=\lim_{X\to+\infty}X^n e^{-X}e=0 \text{ car } \lim_{X\to+\infty}X^n e^{-X}=0 \quad 0{,}25$$

la limite en $+\infty$ dépend de la parité de n. 0,25

pour n pair $\lim_{x\to+\infty} f_n(x)=\lim_{X\to-\infty}X^n e^{-X}e=+\infty$

car $\lim_{X\to-\infty}X^n=+\infty$ et $\lim_{X\to-\infty}e^{-X}=+\infty$

pour n impair $\lim_{x\to+\infty} f_n(x)=\lim_{X\to-\infty}X^n e^{-X}e=-\infty$ 0,25

car $\lim_{X\to-\infty}X^n=-\infty$ et $\lim_{X\to-\infty}e^{-X}=+\infty$

2°) a- Tableau de variation de f_n

pour n pair : 0,25

x	$-\infty$		$1-n$		1		$+\infty$
$f_n'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f_n(x)$	0	↗	M	↘	m	↗	$+\infty$

$M=f_n(1-n)=n^n e^{1-n}$; $m=0$

pour n impair : 0,25

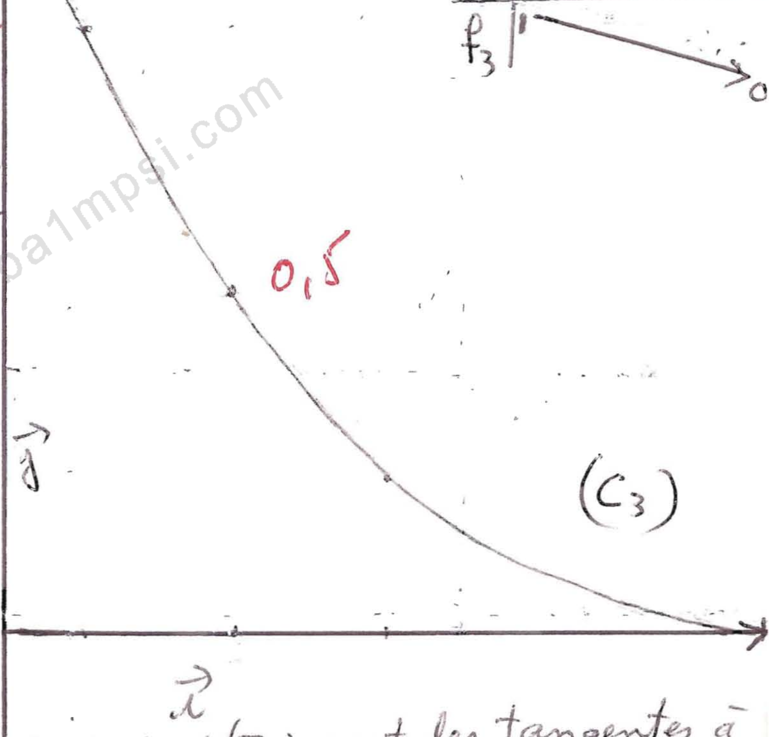
x	$-\infty$		$1-n$		1		$+\infty$
$f_n'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	
$f_n(x)$	0	↗	M	↘	0	↘	$-\infty$

b) Tracer de (C_3) sur $[0;1]$

T_0 : $Y=-2X+1$

T_1 : $Y=0$ 0,25 0,25

x	0		1
f_3'	-2	$-$	0
f_3	1	↘	0



Rq (T_0) et (T_1) sont les tangentes à (C_3) aux points d'abscisse 0 et 1.

c) f_3 est strict ↘ sur $[0;1]$ donc sur $\left[\frac{k}{10};\frac{k+1}{10}\right]\subset[0;1]$, $\forall k$ tq $0\leq k\leq 9$ 0,25

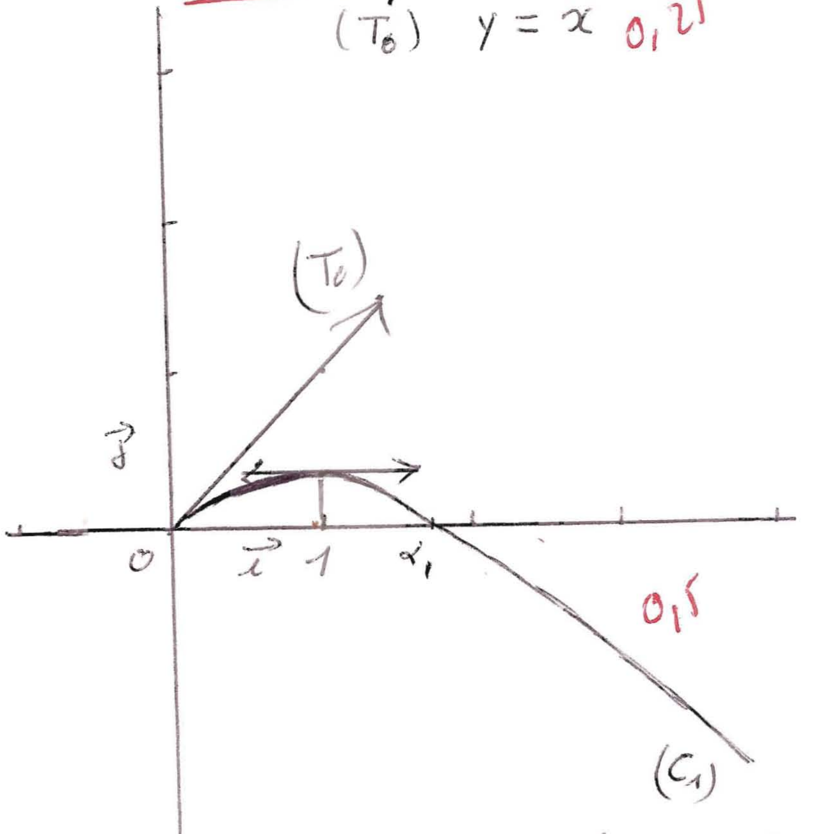
$$\frac{k}{10}\leq x\leq\frac{k+1}{10}\Rightarrow f_3\left(\frac{k+1}{10}\right)\leq f_3(x)\leq f_3\left(\frac{k}{10}\right)$$

et $\frac{1}{10}f_3\left(\frac{k+1}{10}\right)\leq\int_{\frac{k}{10}}^{\frac{k+1}{10}}f_3(t)\,dt\leq\frac{1}{10}f_3\left(\frac{k}{10}\right)$ 0,25 d'après Inég. de la My.

or $0 \in]-\infty ; F_p(1)]$ car $F_p(1) > 0$ donc l'équation $F_p(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha_p \in [1, +\infty[$.

Ainsi $F_p(\alpha_p) = 0$ avec $\alpha_p \geq 1$.

(T_0') $y = x$ 0,25



0,5

Rq. (T_0) est la tangente à (C_1) en $O(0,0)$

(C_1) admet une branche parabolique de direction $(O, \vec{j})$ car $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{F_1(x)}{x} = -\infty$ $\left(\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{F_p(x)}{x} = -\infty\right)$ d'après 1, B.

Partie C (1,5)

1°) $n \geq 1$ $u_n = \int_0^1 (1-t)^n e^t dt$

a) $\forall t \in [0;1]$ $0 \leq t \leq 1 \Rightarrow -1 \leq -t \leq 0$

donc $0 \leq 1-t \leq 1$ et $0 \leq (1-t)^n \leq 1$

Par suite $0 \leq (1-t)^n e^t \leq e^t$ et

$u_n = \int_0^1 (1-t)^n e^t dt \geq 0$ ainsi la suite (u_n) est positive. 0,25

b) Mq (u_n) est décroissante.

$$u_{n+1} - u_n = \int_0^1 \left[(1-t)^{n+1} e^t - (1-t)^n e^t\right] dt$$

$$= \int_0^1 (1-t)^n e^t (1-t-1)\, dt$$

0,25 $= \int_0^1 (1-t)^n e^t (-t)\, dt \leq 0$ car

$0 < t < 1$, $-t < 0$; $(1-t)^n e^t > 0$

donc la suite $(u_n)_n$ est décroissante.

La suite $(u_n)_n$ est décr. et minorée par zéro donc elle est convergente. 0,25

2°) calcule de la limite de u_n.

$0 \leq t \leq 1 \Rightarrow 1 \leq e^t \leq e$ car exp $\nearrow$

$-1 \leq -t \leq 0 \Rightarrow 0 \leq 1-t \leq 1 \Rightarrow 0 \leq (1-t)^n \leq 1$

et alors $(1-t)^n \leq (1-t)^n e^t \leq e(1-t)^n$

et $\int_0^1 (1-t)^n dt \leq \int_0^1 f_n(t) dt \leq e \int_0^1 (1-t)^n dt$

$$\left[\frac{-1}{n+1}(1-t)^{n+1}\right]_0^1 \leq u_n \leq -\frac{e}{n+1}\left[(1-t)^{n+1}\right]_0^1$$

0,5

$$\boxed{\frac{1}{n+1} \leq u_n \leq \frac{e}{n+1}} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{1}{n+1} = 0 = \lim\limits_{n \to +\infty} \frac{e}{n+1}$

d'où $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 0$ par encadrement. 0,25

Ainsi, on a :

$$\frac{1}{10}\sum_{k=0}^{9} f_3\left(\frac{k+1}{10}\right) \le \sum_{k=0}^{9}\int_{\frac{k}{10}}^{\frac{k+1}{10}} f_3(t)\,dt \le \frac{1}{10}\sum_{k=0}^{9} f_3\left(\frac{k}{10}\right)$$

0,25 $\frac{1}{10}\sum_{k=0}^{9} f_3\left(\frac{k+1}{10}\right) \le \int_0^1 f_3(x)\,dx \le \frac{1}{10}\sum_{k=0}^{9} f_3\left(\frac{k}{10}\right)$

car d'après la rel. de Chasles $\sum_{k=0}^{9}\int f_3\,dt = \int_0^1 f_3\,dt$

or $\frac{1}{10}\sum_{k=0}^{9} f_3\left(\frac{k+1}{10}\right) = \frac{1}{10}\left(f_3(0,1)+f_3(0,2)+\dots+f_3(1)\right) = \frac{2,6137}{10} = 0,26137$

0,25 $\frac{1}{10}\sum_{k=0}^{9} f_3\left(\frac{k}{10}\right) = \frac{1}{10}\left(f_3(0)+\dots+f_3(0,9)\right) = \frac{3,6137}{10} = 0,36137$

d'où $0,26137 \le \int_0^1 f_3(x)\,dx \le 0,36137$ amplitude 10^{-1}

$\boxed{B}$ $F_p(x) = \int_0^x (1-t)^{2p+1} e^t\,dt$, $p\in\mathbb{N}$, $x\in\mathbb{R}_+$

1° $\forall t\ge 1$ on a : $t\ge 1\ge 0$ donc $e^t \ge e \ge 1$ car $t\mapsto e^t \nearrow$ sur IR

$2p+1$ impaire, $t>1 \Rightarrow 1-t<0$ et $(1-t)^{2p+1}<0$

$e^t\ge 1 \Rightarrow \boxed{e^t(1-t)^{2p+1} \le (1-t)^{2p+1}}$ $\forall t\ge 1$ 0,25

Par suite $\forall x\ge 0$ $\int_0^x e^t(1-t)^{2p+1}\,dt \le \int_0^x (1-t)^{2p+1}\,dt$

or $\int_0^x (1-t)^{2p+1}\,dt = \left[-\frac{1}{2p+2}(1-t)^{2p+2}\right]_0^x = -\frac{1}{2p+2}\left((1-x)^{2p+2}-1\right)$ 0,25

$\lim_{x\to+\infty} -\frac{1}{2p+2}\left((1-x)^{2p+2}-1\right) = -\infty$ car $2p+2$ paire, $-\frac{1}{2p+2}<0$ $\lim_{+\infty}(1-x)^{2p+2}=+\infty$

0,25 avec $F_p(x) \le -\frac{1}{2p+2}\left((1-x)^{2p+2}-1\right)$

on a $\lim_{x\to+\infty} F_p(x) = -\infty$ par comparaison.

$\forall x>0$ $\frac{1}{x}F_p(x) \le -\frac{1}{2p+2}\cdot\frac{1}{x}\cdot\left((1-x)^{2p+2}-1\right)$

0,25 $\le -\frac{1}{2p+2}\cdot\frac{1}{x}\left(\left[x\left(\frac{1}{x}-1\right)\right]^{2p+2}-1\right)$

$\frac{1}{x}F_p(x) \le -\frac{1}{2p+2}\cdot\frac{1}{x}\left(x^{2p+2}\left(\frac{1}{x}-1\right)^{2p+2}-1\right)$

$\frac{1}{x}F_p(x) \le -\frac{1}{2p+2}\left(x^{2p+1}\left(\frac{1}{x}-1\right)^{2p+2}-\frac{1}{x}\right)$

$\lim_{x\to+\infty} -\frac{1}{2p+2}\left(x^{2p+1}\left(\frac{1}{x}-1\right)^{2p+2}-\frac{1}{x}\right) = -\infty$

car $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{x}-1\right)^{2p+2} = 1$; $\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0$

$\lim_{x\to+\infty} x^{2p+1} = +\infty$

donc $\lim \frac{1}{x}F_p(x) = -\infty$ par comp. 0,25

La courbe (C_p) de F_p admet 1 branche parabolique de direction $(O,\vec{j})$.

2°) $0\le t\le 1 \Rightarrow 1\le e^t\le e$ car exp $\nearrow$

$1-t\ge 0 \Rightarrow (1-t)^{2p+1}\ge 0$ $\forall t\in[0;1]$ donc

$1\le e^t\le e \Rightarrow (1-t)^{2p+1} \le (1-t)^{2p+1}e^t \le e(1-t)^{2p+1}$ 0,25

$\Rightarrow \int_0^x (1-t)^{2p+1}\,dt \le F_p(x) \le \int_0^x e(1-t)^{2p+1}\,dt$

$\Rightarrow -\frac{1}{2p+2}\left[(1-x)^{2p+2}-1\right] \le F_p(x) \le -\frac{e}{2p+2}\left[(1-x)^{2p+2}-1\right]$ $\forall x\in[0;1]$ 0,25

Ainsi

$$\boxed{\frac{1}{2p+2} \le F_p(1) \le \frac{e}{2p+2} \text{ et } \frac{1}{4} \le F_1(1) \le \frac{e}{4}}$$

0,25 0,25

Ensuite $0,25 \le F_1(1) \le 0,68$

encadrement d'amplitude 0,43.

L'encadrement obtenu en A 2c est meilleur car d'amplitude $10^{-1} < 0,43$. 0,25

3° a- F_p est la primitive de f_{2p+1} qui s'annule en 0 donc $F_p'(x) = f_{2p+1}(x)$

$\forall x\ge 0$. $F_p'(x) = (1-x)^{2p+1}e^x$ 0,25

2p+1 impair.

x	0		1		$+\infty$
$F_p'(x)$	1	$+$	0	$-$	
$F_p(x)$	0	$\nearrow$	$F_p(1)$	$\searrow$	$-\infty$

0,5

Rq $2p+1$ impaire et F_p' est de signe de $1-x$.

b) $0,25 \le F_1(1) \le 0,68$ donc $F_1(1) > 0$

• F_p est déri et st $\nearrow$ sur $[0;1]$ et $F_p([0;1]) = [0;F_1(1)]$ et 0 est l'uniq solution sur $[0;1]$ de $F_p(x)=0$. 0,5

• F_p est déri et st $\searrow$ sur $[1;+\infty[$ et $F_p([1;+\infty[) =]-\infty;F(1)]$, donc F_p est 1 bij de $[1;+\infty[$ sur $]-\infty;F_p(1)]$