M. HOUNKONNOU

SUITES NUMERIQUES AU BAC A1 et B

EXERCICE 1 (BAC A1 2004 1ère Session)

On considère la suite (u_n), $n \in \mathbb{N}$ définie par : $u_n = 36 \times 10^{-n}$.

1. a) Calculer u_0, u_1 et u_2.

b) Calculer $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$; en déduire la nature de la suite (u_n) puis préciser son premier terme et sa raison.

2. Soit $S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots\ldots + u_n$.

a) Calculer S_n en fonction de n.

b) En déduire S_1, S_2, S_3 et S_4.
(*les résultats seront donnés sous forme décimale exacte*)

c) Déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$

EXERCICE 2 (BAC A1 2004 2ème Session)

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$u_{n+1} = \frac{4}{5}u_n + 1000.$$

1.a) On donne $u_0 = 3\,000\,000$. Calculer u_1, u_2 et u_3.

b) Que semble être le sens de variation de la suite (u_n) ?

2. On se propose d'exprimer le terme u_n en fonction de n.
Pour cela, on considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 5000$.

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{4}{5}$ et préciser v_0.

b) Donner l'expression de v_n en fonction de n, puis en déduire celle de u_n.

3. Chaque unité d'un matériel informatique haut de gamme coûtait au 1er janvier 1998, 3 000 000 FCFA et on constate que son prix subit chaque année une baisse régulière de 20%. Par ailleurs, on ajoute au prix résiduel une taxe de 1000 FCFA pour alimenter les fonds de recherche.

a) Soit P_0 le prix de ce matériel au 1er janvier 1998.
On désigne par P_n son prix au 1er janvier (1998 + n).
Montrer que $P_n = u_n$, (u_n étant la suite définie au 1.).

b) En quelle année le prix de ce matériel sera-t-il inférieur ou égal à la moitié de son prix initial ?

EXERCICE 3 (BAC A1 2005)

Pour étudier la croissance d'un criquet pèlerin, on a mesuré sa taille en fonction de son âge. Les résultats en millimètre sont les suivants :

Age en jours	6	8	10
Taille en mm	9	12	16

On pose $u_0 = 9$, $u_1 = 12$ et $u_2 = 16$.

1°) Montrer que ces trois nombres sont les premiers termes d'une suite géométrique $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$. Quelle est la raison de cette suite ?
Exprimer le terme général u_n en fonction de n.

2°) Si n est un entier naturel, on admet que u_n est la taille de l'insecte au jour $2n + 6$.

a) Vérifier qu'il en est bien ainsi pour les trois premières mesures de la taille.

b) Quelle taille aura le criquet pèlerin au vingtième jour ?
(*Donner le résultat sous forme de fraction irréductible*)

3°) A partir de quel jour observera-t-on une taille dépassant 36 mm ?

EXERCICE 4 (BAC A1 2007)

Le conseil d'administration d'une entreprise décide d'augmenter les salaires mensuels des ouvriers de la manière suivante :
Le nouveau salaire est obtenu en augmentant de 5% le salaire de l'année précédente, puis on y ajoute une prime forfaitaire de 2 000 F.
Soit $S_0 = 60\,000$ F le salaire mensuel de Monsieur ONDO en 2007,
S_1 son salaire mensuel en 2008, . . . ,
S_n son salaire mensuel en (2007 + n).

1°) Montrer que $S_1 = \dfrac{105}{100} \times S_0 + 2\,000$; puis calculer S_1.

2°) Calculer S_2 et S_3.

3°) Exprimer S_{n+1} en fonction de S_n.

4°) Soit $(P_n)_{n\geq 0}$ la suite définie par $P_n = S_n + 40\,000$, montrer que

$$P_{n+1} = \frac{105}{100} \times P_n\ ;$$

puis préciser la nature de la suite $(P_n)_{n\geq 0}$.

5°) a) Exprimer P_n en fonction de n.

b) En déduire S_n en fonction de n.

6°) A partir de quelle année le salaire de Monsieur ONDO sera-il supérieur à 107 700 f ?

EXERCICE 5 (BAC A1 2008)

Soit la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par son premier terme $U_0 > 0$ et par la relation de récurrence : $U_{n+1} - U_n = 0{,}04U_n$.

1°) a) Calculer en fonction de U_0, les termes U_1, U_2 et U_3.

b) Démontrer que (U_n) est une suite géométrique de premier terme U_0 et de raison q que l'on déterminera.

c) Déterminer le sens de variation de la suite (U_n).

d) Donner l'expression de U_n en fonction de U_0 et de n.

2°) La population d'une ville est de 50 000 habitants au 1er janvier 2007 et on admet que cette population augmentera de 4% chaque année du fait d'une intense activité industrielle dans la région.

a) Quelle sera la population de cette ville au 1er janvier 2008 ?

b) Quelle sera la population de cette ville au 1er janvier 2010 ?

c) Si cette tendance est maintenue, déterminer l'année à partir de la quelle la population de cette ville dépassera 100 000 d'habitants.

EXERCICE 6 (BAC A1 2009)

Une usine a produit, au cours de l'année 1986, 2000 tonnes d'acier. La production a ensuite diminué de 15% par an jusqu'en 1996 inclus.
On note U_n la production en tonnes de cette usine au cours de l'année (1986 + n) où n est un entier naturel inférieur ou égal à 10.
On pose $U_0 = 2000$.

1°) a) Calculer U_1 et U_2.

b) Montrer que pour tout $n \leq 10$, $U_{n+1} = 0{,}85U_n$.

c) En déduire la nature de la suite (U_n).

d) Exprimer U_n en fonction de n.

e) Calculer U_{10}, la production de l'usine en 1996.

2°) A partir de l'année 1997, on suppose que la production de cette usine a augmenté régulièrement de 15% par an.

a) Calculer U_{11}, la production de l'usine en 1997, en fonction de U_{10}

b) Trouver U_{12} en fonction de U_{10} et vérifier que :
$U_{12} = (1{,}15)^2 \times (0{,}85)^{10} \times 2000$.

c) Pour $n \geq 11$, on pose $n = 10 + k$ avec $k \in \mathbb{N}^*$.
Exprimer U_n en fonction de k et de U_{10}.

d) A partir de quelle année, la production annuelle de l'usine est-elle devenue supérieure ou égale à celle de 1986 ?

EXERCICE 7 (BAC B 2010)

Soit (U_n) la suite définie pour tout $n \in IN^*$ par :
$$\begin{cases} U_1 = 20 \\ U_{n+1} = \frac{3}{2}U_n + 2 \end{cases}$$

1°) Calculer U_2 et U_3.

2°) La suite (U_n) est-elle géométrique ? arithmétique ?
Justifier les réponses.

3°) Soit (V_n) la suite définie pour tout $n \in IN^*$ par : $V_n = U_n + 4$

a) Montrer que $2V_{n+1} - 3V_n = 0$.

b) En déduire la nature de la suite (V_n), puis préciser sa raison et son premier terme.

c) Exprimer V_n en fonction de n, puis U_n en fonction de n.

d) Calculer V_9 et U_9 à 10^{-2} près.

4°) Une société de la sous région fabrique et vend des machines agricoles de très bonne qualité. La demande est telle que la société augmente sa production de 50% par mois.
On désigne par P_n le nombre de machines agricoles produites au cours du $n^{ième}$ mois.

Montrer que (P_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{3}{2}$.

5°) Au cours du premier mois, cette société produit 240 machines agricoles.

a) Justifier que $P_n = 240\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$.

b) Calculer $S_4 = P_1 + P_2 + P_3 + P_4$.

c) Si cette demande est maintenue sur plusieurs mois, déterminer le mois durant lequel cette société produira plus de 6150 machines agricoles.

EXERCICE 8 (BAC B 2011)

Monsieur MAKAYA ouvre un compte d'épargne à son fils MBADINGA à l'occasion de son admission au concours d'entrée en sixième avec une somme de 1 200 000 FCFA, au premier janvier 2008.
Au taux annuel de 10% à intérêts composés, il lui ajoute 500 000 FCFA le 31 décembre de chaque année s'il est admis en classe supérieure jusqu'en terminale. Aucun retrait ne sera effectué avant le 31 décembre de l'année d'obtention du baccalauréat. MBADINGA ne redouble aucune classe.

1°) On désigne par C_n la somme contenue dans le compte de MBADINGA au premier janvier de la $n^{ième}$ année ;
$C_1 = 1\,200\,000$ FCFA.

a) Vérifier que $C_2 = 1\,820\,000$ FCFA.

b) Calculer C_3.

c) Démontrer que $C_{n+1} = 1{,}1C_n + 500\,000$; $(1 \le n \le 7)$.

2°) On pose $t_n = C_n + 5\,000\,000$; $(1 \le n \le 7)$.

a) Vérifier que $t_{n+1} = 1{,}1t_n$.
En déduire que (t_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

b) Exprimer t_n puis C_n en fonction de n.

c) Calculer le montant dont dispose MBADINGA au 31 décembre de l'année de l'obtention du baccalauréat.

EXERCICE 9

Soit la suite $(U_n)_{n\in IN}$ définie par : $U_0 = -1$ et pour tout entier naturel n, $U_{n+1} = \frac{9}{6-u_n}$. On pose $V_n = \frac{1}{U_n - 3}$

1°) Démontrer que (V_n) est une suite arithmétique de premier terme V_0 et de raison r que l'on déterminera.

2°) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

3°) Exprimer en fonction de n : $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \ .\ .\ .\ + V_n$

EXERCICE 10 (BAC BLANC COMMUNAL A1 2011)

Chaque 1[er] janvier, un éditeur établit ses prix pour l'année.
Dans tout l'exercice nous nous intéresserons à deux collections publiées par l'éditeur : la collection A et la collection B.
Dans chaque collection, tous les volumes sont vendus au même prix unitaire.

I) Etude de la collection A

Le prix unitaire des livres de cette collection augmente de **700 F** au 1[er] janvier de chaque année.
On désigne par U_0 le prix unitaire des livres le 1[er] janvier 2010.
Pour tout nombre entier naturel n, on désigne par U_n le prix unitaire des livres le 1[er] janvier de l'année (2010 +n)
On suppose que $U_0 = $ **15 000**.

1°) a) Pour $n \ge 0$, exprimer U_{n+1} en fonction de U_n.

b) En déduire que la suite (U_n) est une suite arithmétique et préciser sa raison.

c) Exprimer U_n en fonction de n et de U_0.

2°) a) Quel sera le prix unitaire le 1[er] janvier 2022 ?

b) A quelle date le prix unitaire sera-t-il pour la première fois supérieur à **25 000 F** ?

3°) Calculer en fonction de n : $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \ .\ .\ .\ .\ + U_n$.

II) Etude de la collection B

Le prix unitaire des livres de cette collection augmente de 3 % au 1[er] janvier de chaque année.
On désigne par V_0 le prix unitaire des livres le 1[er] janvier 2010.
Pour tout nombre entier naturel n, on désigne par V_n le prix unitaire des livres le 1[er] janvier de l'année (2010 +n)
On suppose que $V_0 = $ **15 000**.

1°) Calculer V_1 et V_2.

2°) a) Pour $n \ge 0$, exprimer V_{n+1} en fonction de V_n.

b) En déduire que la suite (V_n) est une suite géométrique et préciser sa raison.

c) Exprimer V_n en fonction de n et de V_0.

3°) a) Quel sera le prix unitaire le 1[er] janvier 2022 ?

b) A quelle date le prix unitaire sera-t-il pour la première fois supérieur à **25 000 F** ?

4°) Calculer en fonction de n : $T_n = V_0 + V_1 + V_2 + \ .\ .\ .\ . + V_n$.

EXERCICE 11

On considère la suite géométrique (U_n) définie par :
$U_0 = 1$ et pour tout naturel n, $U_{n+1} = 2U_n$.

1°) a) Préciser la raison de cette suite et exprimer U_n en fonction de n.

b) Calculer la somme $S = U_0 + U_1 + U_2 + \ .\ .\ .\ + U_n$ des (n + 1) premiers termes de la suite (Un).

2°) On définit la suite (V_n) par : $V_n = \ln U_n$ $(n \in IN)$, où ln désigne le logarithme népérien.

a) Calculer les valeurs exactes de V_0 , V_1 et V_2.

b) Montrer que (V_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison.

c) Trouver le plus petit entier naturel n tel que $V_n > 10$.

3°) Calculer la somme $T = V_0 + V_1 + V_2 + \ .\ .\ .\ + V_n$ des (n+1) premiers termes de la suite (V_n).