MINISTERE DE L 'EDUCATION NATIONALE
DIRECTION DES ENSEIGNEMENTS DU SECOND DEGRE
LYCEE Joseph AMBOUROUE-AVARO
BP : 236 ☎ : 55 21 73 FAX : 55 12 02

REPUBLIQUE-GABONAISE

UNION - TRAVAIL - JUSTICE

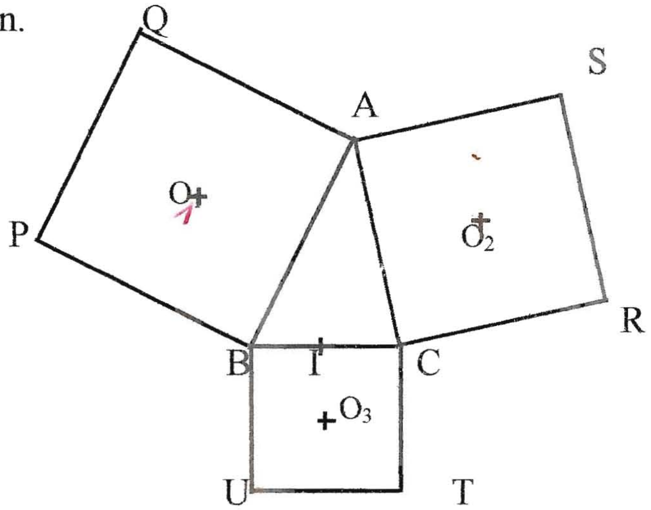
BAC BLANC N°2 (Mai 2004)
Epreuve de MATHEMATIQUES

Série : C
Durée : 4 h
Coef. : 5

EXERCICE 1

Pour cet exercice de géométrie, la figure est fournie afin de faciliter votre travail. Il est inutile de la refaire sur votre copie.
Toutefois, si vous introduisez dans vos raisonnements d'autres points que ceux de l'énoncé, veillez à les définir avec précision.

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC, non rectangle, de sens direct.
A l'extérieur du triangle, conformément à la figure, on trace les carrés AQPB, ACRS et BUTC, de centres respectifs O_1, O_2, O_3.
On appelle (C_1) et (C_2) les cercles circonscrits aux carrés AQPB et ACRS.
Enfin I est le milieu de [BC].



Les trois questions sont indépendantes. Chacune vise à établir une propriété de la configuration.

1. Les cercles (C_1) et (C_2) se coupent en A et en un second point A'.
Montrer que A' est sur le cercle de diamètre [BC] (On pourra utiliser les propriétés angulaires relatives aux points cocycliques).

2. Soit r_1 et r_2 les rotations de centres O_1 et O_2, et de même angle $\frac{\pi}{2}$.

a) Quelle est la nature de $r_2 \circ r_1$?
b) Quelle est l'image de B par $r_2 \circ r_1$?
c) En déduire les éléments caractéristiques de $r_2 \circ r_1$.
d) Démontrer que le triangle IO_1O_2 est rectangle et isocèle . (On pourra utiliser le point J image de I par r_1).

3. a) Quelle est l'image du triangle ABO_3 dans la similitude directe de centre B, de rapport $\sqrt{2}$ et d'angle $\frac{\pi}{4}$?

0,5 b) Déterminer une similitude directe dans laquelle le triangle A O_1O_2 ait pour image le triangle AQC.

0,5 c) Prouver que les segments $[AO_3]$ et $[O_1O_2]$ sont orthogonaux et de même longueur.

EXERCICE 2 4,5 points

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j})$. On considère dans le plan la conique (C_m) d'équation : $mx^2 - y^2 - (2m+1)ax - 3(m-1)a^2 = 0$ où a est un réel donné non nul et m un paramètre réel.

0,5 1. Montrer que, lorsque m varie, toutes les courbes (C_m) passent par trois points indépendants de m.

1 2. Discuter suivant les valeurs de m, la nature de (C_m).

0,5 3. Quand (C_m) est une hyperbole, calculer son excentricité en fonction de m. Donner les équations de ses asymptotes.

0,5 4. Quand (C_m) est une ellipse, préciser son axe focal et calculer son excentricité en fonction de m.

5. On suppose $a = 1$

1 a) Déterminer et construire (C_0) et (C_{-1}) sur une même figure.

0,5 b) Ecrire une équation cartésienne de la courbe (E) transformée de (C_{-1}) par l'affinité orthogonale d'axe $(O,\vec{i})$ et rapport $\frac{1}{2}$.

0,5 c) Préciser la nature et les éléments caractéristiques de (E).

0,5 d) Construire (E) sur la même figure.

PROBLEME 12 points

L'objet du problème est l'étude de quelques propriétés de la fonction f définie sur IR par : $f(x) = e^{-x}\sin x$.

On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ où l'unité de longueur est de 2 cm sur Ox et de 10 cm sur Oy.

Partie A : *Dans cette partie on cherche à représenter f.* 4,5

0,5 1. a) Calculer f' et vérifier que : $f'(x) = \sqrt{2}e^{-x}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$.

0,5 b) Résoudre sur l'intervalle $[0;2\pi]$ l'inéquation $\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right) > 0$. En déduire le signe de

0,25 f' sur l'intervalle $[0;2\pi]$.

0,75 c) Dresser sur l'intervalle $[0;2\pi]$, le tableau de variation de f. Préciser les tangentes à C aux deux extrémités de l'intervalle.

2. On note C_1 et C_2 les représentations graphiques, dans le repère choisi, des deux fonctions : $x \mapsto e^{-x}$ et $x \mapsto -e^{-x}$.

0,5 a) Donner les abscisses sur l'intervalle $[0;2\pi]$ des points où C rencontre C_1 et C_2.

0,5 b) Vérifier qu'en chacun des points communs précédents les courbes C et C_1 d'une part, et C et C_2 d'autre part, ont même tangente.

c) Représenter sur l'intervalle $[0;2\pi]$ les courbes $\boldsymbol{C}$, $\boldsymbol{C_1}$ et $\boldsymbol{C_2}$.

3. On note ϕ l'application qui au point M de coordonnées $(x;y)$ associe le point M' de coordonnées $(x';y')$ définies par : $\begin{cases} x' = x + 2\pi \\ y' = e^{-2\pi} y \end{cases}$

Soit $\boldsymbol{C'}$ l'image de $\boldsymbol{C}$ par ϕ. Montrer que $\boldsymbol{C'}=\boldsymbol{C}$.

Partie B : ***Dans cette partie on étudie une primitive de*** f.

1. a) Résoudre l'équation différentielle : $y''+2y'+2y=0$ (1). En déduire la solution de (1) qui prend en zéro la valeur zéro et dont la dérivée prend en zéro la valeur un.

b) En observant que si g est une solution de (1) on a : $g=-\frac{1}{2}(2g'+g'')$, donner une primitive de g en fonction de g et g'.

En déduire une primitive de f puis l'intégrale : $F(x)=\int_0^x e^{-t}\sin t dt$.

2. On pose $B_k=\int_{k\pi}^{(k+1)\pi} f(t)dt$ où k est un entier positif ou nul.

Soit $S_n = B_0 + B_1 + \ldots + B_n$. Exprimer S_n à l'aide de la fonction F. En déduire que la suite (S_n) admet une limite que l'on précisera.

3. a) Donner, sans calculer l'intégrale, le signe de B_k suivant la parité de l'entier k.

b) Calculer B_0 puis B_k pour tout entier k positif. Vérifier que $B_k=(-1)^k e^{-k\pi} B_0$.

c) Calculer $T_n = |B_0| + |B_1| + \ldots + |B_k|$. Montrer que T_n admet une limite lorsque n tend vers l'infini. Préciser cette limite.

d) On pose $S=\lim_{n\to+\infty} S_n$ et $T=\lim_{n\to+\infty} T_n$. Vérifier que l'on a la relation : $\frac{1}{S}+\frac{1}{T}=\frac{2}{B_0}$.

Partie C : ***Etude de la limite d'une suite.***

Soit la suite (u_n) de nombres réels définie par $u_n=\frac{1}{n}\left(\sqrt[n]{2}+\sqrt[n]{4}+\ldots+\sqrt[n]{2^n}\right)$, $n\in IN^*$.

1. On pose $I=\int_0^1 2^t dt$ et $h(t)=2^t$. On partage le segment [0 ;1] en n segments de même longueur $\frac{1}{n}$ par les points $x_0=0$; $x_1=\frac{1}{n}$; … ; $x_i=\frac{i}{n}$;… ; $x_n=1$

a) Calculer I.

b) Démontrer que : $\forall \quad i\in\{1;2;\ldots;n\}$, $\frac{1}{n}h(x_{i-1})\leq\int_{x_{i-1}}^{x_i} h(t)dt\leq\frac{1}{n}h(x_i)$.

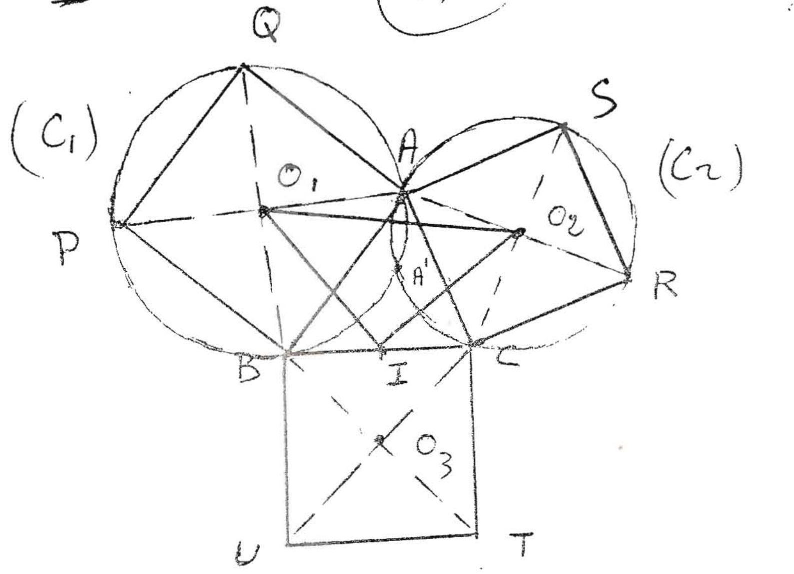
c) En déduire un encadrement de I et la limite de (u_n) en $+\infty$.

2. A l'aide de deux intégrations par partie, calculer $J=\int_0^1 2^t \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)dt$.

BAC BLANC N°2

I

(3,5)



1° Montrons que A' est sur le cercle de diamètre [BC]. Il suffit de montrer que $(\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{A'C}) = \frac{\pi}{2} [\pi]$.

$(\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{A'C}) = (\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{A'A}) + (\overrightarrow{A'A}, \overrightarrow{A'C}) [2\pi]$

or A', B, A, P appartiennent à (C_1) cercle circonscrit au carré AQPB donc $(\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{A'A}) = (\overrightarrow{PB}, \overrightarrow{PA}) [\pi]$ de plus $(\overrightarrow{PB}, \overrightarrow{PA}) = \frac{\pi}{4} [2\pi]$ donc $(\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{A'A}) = \frac{\pi}{4} [\pi]$

de même A A' C S appartiennent à (C_1) cercle circonscrit au carré ACRS et $(\overrightarrow{A'A}, \overrightarrow{A'C}) = (\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SC}) [\pi]$ et $(\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SC}) = \frac{\pi}{4}$

d'où $(\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{A'C}) = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} [\pi]$

par suite $(\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{A'C}) = \frac{\pi}{2} [\pi]$ et

$(A'B) \perp (A'C)$ et A' est sur le cercle de diamètre [BC].

2° $r_1 = r(O_1, \frac{\pi}{2})$, $r_2 = r(O_2, \frac{\pi}{2})$

a) $r_2 \circ r_1$ est la composée de deux rotations de centres distincts et $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi \neq 0 [2\pi]$ donc $r_2 \circ r_1$ est une rotation d'angle π c'est à dire une symetrie centrale.

b) $r_2 \circ r_1 (B) = r_2 (A) = C$ car BAQP et ACRS sont des carrés de sens direct et de centre respectif O_1 et O_2.

c) $r_2 \circ r_1$ étant une symetrie centrale, avec $r_2 \circ r_1 (B) = C$ et I milieu de [BC] $r_2 \circ r_1$ est la symetrie centrale de centre I et $\boxed{r_2 \circ r_1 = S_I}$ 0,25

d) Montrons que le triangle IO_1O_2 est rectangle et isocèle. 0,5

Methode 1 Soit $J = r_1(I)$ on a: $(\overrightarrow{O_1I}, \overrightarrow{O_1J}) = \frac{\pi}{2} [2\pi]$ et $O_1I = O_1J$ donc le triangle IO_1J est isocèle et rectangle en O_1. Par ailleurs $r_2 \circ r_1 (I) = S_I (I) = I$ et $r_2 \circ r_1 (I) = r_2 (J)$ donc $r_2 (J) = I$ et IJO_2 est un triangle isocèle et rectangle en O_2 puisque r_2 est une rotation d'angle $\frac{\pi}{2}$. En conclusion IO_2JO_1 est un carré et le triangle IO_1O_2 est rectangle et isocèle en I.

Methode 2 Soit O_1' le symétrique de O_1 par rapport à I on a $O_1' = S_I (O_1) = r_2 \circ r_1 (O_1) = r_2 (O_1)$ donc le triangle $O_2O_1O_1'$ est isocèle et rectangle en O_2 et comme I est le milieu de $O_1'O_1$ le triangle IO_1O_2 est isocèle et rectangle en I.

3° a) Soit s la similitude directe de centre B, de rapport $\sqrt{2}$ et d'angle $\frac{\pi}{4}$.
Determinons $s(ABO_3)$. 0,75

- B étant le centre de s on a $s(B) = B$ car B est invariant par s.
- AQPB carré de sens direct et [BQ] est une diagonale, donc le triangle BAQ est isocèle et rectangle en A et de sens direct donc $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BQ}) = \frac{\pi}{4} [2\pi]$ et $BQ = \sqrt{2}\, BA$ d'où $s(A) = Q$.
- BUTC est un carré de sens direct et de centre O_3 donc BO_3C est un triangle isocèle et rectangle en O_3 et de sens direct donc $(\overrightarrow{BO_3}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\pi}{4} [2\pi]$ et $BC = \sqrt{2}\, BO_3$ par suite $s(O_3) = C$; en conclusion l'image de ABO_3 est le triangle QBC.

b) Soit s' la similitude directe de centre A, de rapport $\sqrt{2}$ et d'angle $-\frac{\pi}{4}$
on a : $s'(A) = A$; ABPQ et ASRC sont des carrés de sens indirects et de centres respectifs O_1 et O_2 donc les triangles AO_1Q et AO_2C sont isocèles et rectangles respectivement en O_1 et en O_2 donc $s'(O_1) = Q$ et $s'(O_2) = C$
Ainsi le triangle AO_1O_2 a pour image par s' le triangle AQC.

c) En utilisant s et s' on a :
$s(ABO_3) = (QBC)$ et $s'(AO_1O_2) = (AQC)$

s'	
A	A
O_1	Q
O_2	C

s	
A	Q
B	B
O_3	C

En tenant compte des angles de s et s' et de leurs rapports on a :
s' est une similitude directe de rapport $\sqrt{2}$ et d'angle $-\frac{\pi}{4}$ et s de rapport $\sqrt{2}$ et d'angle $\frac{\pi}{4}$

donc : $(\overrightarrow{AO_3}, \overrightarrow{QC}) = \frac{\pi}{4}$ et $QC = \sqrt{2}\, AO_3$
$(\overrightarrow{O_1O_2}, \overrightarrow{QC}) = -\frac{\pi}{4}$ et $QC = \sqrt{2}\, O_1O_2$
Ainsi $AO_3 = O_1O_2$ et $(\overrightarrow{AO_3} ; \overrightarrow{O_1O_2}) =$
$(\overrightarrow{AO_3} ; \overrightarrow{QC}) + (\overrightarrow{QC} ; \overrightarrow{O_1O_2}) = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$
d'où $AO_3 = O_1O_2$ et $(\overrightarrow{AO_3}, \overrightarrow{O_1O_2}) = \frac{\pi}{2} [2\pi]$
Ainsi les segments $[AO_3]$ et $[O_1O_2]$ sont orthogonaux et de même longueur. 0,5

Exercice II

(4,5)

(C_m)
$m x^2 - y^2 - (2m+1)ax - 3(m-1)a^2 = 0$

1° Montrons que les courbes (C_m) passent par trois points fixes.

Soit $I(x_0 ; y_0) \in (C_m)$ $\forall m \in \mathbb{R}$ on a :
$\forall m \in \mathbb{R}$ $m x_0^2 - y_0^2 - (2m+1)ax_0 - 3(m-1)a^2 = 0$
$\forall m \in \mathbb{R}$ $m x_0^2 - y_0^2 - 2max_0 - ax_0 - 3ma^2 + 3a^2 = 0$
$\forall m \in \mathbb{R}$ $m(x_0^2 - 2ax_0 - 3a^2) + (-y_0^2 - ax_0 + 3a^2) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 - 2ax_0 - 3a^2 = 0 \\ y_0^2 - ax_0 + 3a^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x_0+a)(x_0-3a) = 0 \\ y_0^2 = 3a^2 - ax_0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -a \text{ ou } x_0 = 3a \\ y_0^2 = 3a^2 - ax_0 \end{cases} \Leftrightarrow$$ 0,5

$$\begin{cases} x_0 = -a \\ y_0^2 = 4a^2 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} x_0 = 3a \\ y_0^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_0 = -a \\ y_0 = 2a \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} x_0 = -a \\ y_0 = -2a \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} x_0 = 3a \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

Ainsi toutes les courbes (C_m) passent par les points fixes $A\begin{pmatrix} -a \\ 2a \end{pmatrix}$; $B\begin{pmatrix} -a \\ -2a \end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix} 3a \\ 0 \end{pmatrix}$.

2° Nature de (C_m) suivant m.

- Pour $m = 0$ on a (C_0) $-y^2 - ax + 3a^2 = 0$
(C_0) $y^2 + ax - 3a^2 = 0$ donc
(C_0) $y^2 = -ax + 3a^2 = -a(x - 3a)$
avec $I(3a ; 0)$ et $\{ X = x - 3a$ on a :

(C_0) admet une equation reduite de la forme $Y^2 = -aX$ dans le repere $(I, \vec{i}, \vec{j})$ donc (C_0) est une parabole d'axe focal $(I, \vec{i})$ ou $(O, \vec{i})$ de sommet $I(3a; 0)$. de paramètre $|\frac{a}{2}|$ et de foyer $F(-\frac{a}{4}, 0)$ dans $(I, \vec{i}, \vec{j})$ ou $F(\frac{11a}{4}, 0)$ dans le repere $(O, \vec{i}, \vec{j})$, de directrice (D) $x = \frac{a}{4}$ dans $(I, \vec{i}, \vec{j})$ et (D) $x = \frac{13}{4}a$ dans $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Rq considerer comme facultatif parametre, foyer et directrice et ne pas sanctionner.

• Pour $m \neq 0$ on a :

$$mx^2 - y^2 - (2m+1)ax - 3(m-1)a^2 = 0$$

$$m\left(x^2 - \frac{2m+1}{m}ax\right) - y^2 - 3(m-1)a^2 = 0$$

$$m\left[\left(x - \frac{2m+1}{2m}a\right)^2 - \left(\frac{2m+1}{2m}a\right)^2\right] - y^2 - 3(m-1)a^2 = 0$$

$$m\left(x - \frac{2m+1}{2m}a\right)^2 - y^2 - \frac{(2m+1)^2}{4m}a^2 - 3(m-1)a^2 = 0$$

$$m\left(x - \frac{2m+1}{2m}a\right)^2 - y^2 = \frac{a^2(4m-1)^2}{4m}$$

* si $m \neq \frac{1}{4}$ on a alors

$$\frac{\left(x - \frac{2m+1}{2m}a\right)^2}{\left(\frac{4m-1}{2m}a\right)^2} - \frac{y^2}{\frac{(4m-1)^2a^2}{4m}} = 1$$ 0,25

Ainsi pour $m \neq 0$ et $m \neq \frac{1}{4}$ (C_m) est une conique à centre de centre $\Omega_m\left(\frac{2m+1}{2m}a, 0\right)$. De plus 0,25

si $m > 0$ et $m \neq \frac{1}{4}$ (C_m) est une hyperbole de centre Ω_m et d'axe focal $(\Omega_m, \vec{i})$.

si $m < 0$ (C_m) est une Ellipse d'axe focal $(\Omega_m, \vec{i})$ et de centre Ω_m.

* si $m = \frac{1}{4}$ on a : $\frac{1}{4}\left(x - \frac{\frac{1}{2}+1}{\frac{1}{2}}\right)^2 - y^2 = 0$

$\iff y^2 = \frac{1}{4}(x-3)^2 \iff y = \frac{1}{2}(x-3)$ ou $y = -\frac{1}{2}(x-3)$

Ainsi pour $m = \frac{1}{4}$ $(C_{\frac{1}{4}})$ est la réunion des droites d'equation $y = -\frac{1}{2}(x-3)$ et $y = \frac{1}{2}(x-3)$ 0,25

Rq En posant $\Omega_m\left(\frac{2m+1}{2m}a ; 0\right)$

$\begin{cases} X = x - \frac{2m+1}{2m}a \\ Y = y \end{cases}$ on a $\begin{cases} x = X + \frac{2m+1}{2m}a \\ y = Y \end{cases}$

$M(x, y)$ dans $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et $M(X, Y)$ dans $(\Omega_m, \vec{i}, \vec{j})$

$M(x, y) \in (C_m) \iff M(X, Y) \in (C_m) \iff$

$$\frac{X^2}{\left(\frac{4m-1}{2m}a\right)^2} - \frac{Y^2}{\frac{(4m-1)^2a^2}{4m}} = 1$$ avec

bien sur $m \neq 0$ et $m \neq \frac{1}{4}$ ce qui confirme bien que (C_m) est une conique à centre.

3°) pour $m > 0$ et $m \neq \frac{1}{4}$

precisons en fonction de m l'excentricité e et les asymptotes :

$a_1 = \frac{4m-1}{2m}a \qquad b = \frac{4m-1}{2\sqrt{m}}a$

$$c^2 = a_1^2 + b^2 = \frac{a^2(4m-1)^2}{4m^2} + \frac{a^2(4m-1)^2}{4m}$$

$$c^2 = \frac{a^2(4m-1)^2 + a^2(4m-1)^2 m}{4m^2}$$

$$c^2 = \frac{a^2(4m-1)^2(m+1)}{4m^2}$$

$$e^2 = \frac{c^2}{a_1^2} = \frac{\frac{a^2(4m-1)^2(m+1)}{4m^2}}{\frac{(4m-1)^2a^2}{4m^2}} = m+1$$

$e^2 = m+1 \Rightarrow \boxed{e = \sqrt{m+1}}$ 0,25

Par ailleurs $\frac{b}{a_1} = \sqrt{m}$

Les asymptotes à (C_m) ont pour equations dans $(\Omega_m, \vec{i}, \vec{j})$ 0,25

$Y = \sqrt{m}\,X$ et $Y = -\sqrt{m}\,X$

et dans le repere $(O, \vec{i}, \vec{j})$

$y = \sqrt{m}\left(x - \frac{2m+1}{2m}a\right)$ et $y = -\sqrt{m}\left(x - \frac{2m+1}{2m}a\right)$.

4°) pour $m < 0$ (C_m) est une ellipse, precisons l'axe focal et calculons son excentricité.

$$(C_m)\ \frac{x^2}{\left(\frac{4m-1}{2m}a\right)^2}+\frac{y^2}{\frac{(4m-1)^2a^2}{-4m}}=1$$

comparons a_1 et b avec $a_1^2=\frac{(4m-1)^2a^2}{4m^2}$

$b^2=\frac{(4m-1)^2a^2}{-4m}$ $\quad m^2-(-m)=m^2+m$

m	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
m^2+m	$+$	0 $-$	‖	

• si $m=-1$ $a_1^2=b^2$ et (C_m) est un cercle.

• si $-1 < m < 0$ $m^2 < -m$ et $\frac{1}{m^2} > -\frac{1}{m}$ et $a_1 > b$ Ainsi l'axe focal est l'axe $(\Omega_m, \vec{i})$ et

$$C_1^2=a_1^2-b^2=\frac{a^2(4m-1)^2}{4m^2}(m+1)$$

avec $e_1=\frac{C_1}{a_1}$ on a $e_1=\sqrt{m+1}$

• si $m < -1$ $m^2 > -m$ et $\frac{1}{m^2} < -\frac{1}{m}$ et l'axe focal est $(\Omega_m, \vec{j})$.

$$C_2^2=b^2-a_1^2=-\frac{a^2(4m-1)^2}{4m^2}(m+1)$$

$$\boxed{e_2=\frac{C_2}{b}=\sqrt{\frac{m+1}{m}}}$$ 0,5

5° on suppose $a=1$.

a) Determinons et construisons (C_0) et (C_{-1}).

• avec $a=1$ et $m=0$ on a :

$-y^2-x+3=0 \iff y^2+x-3=0$

$\iff y^2=-x+3=-(x-3)$

(C_0) $y^2=-(x-3)$ avec $S(3;0)$ $\begin{cases}X=x-3\\ Y=y\end{cases}$

on a $Y^2=-X$ et

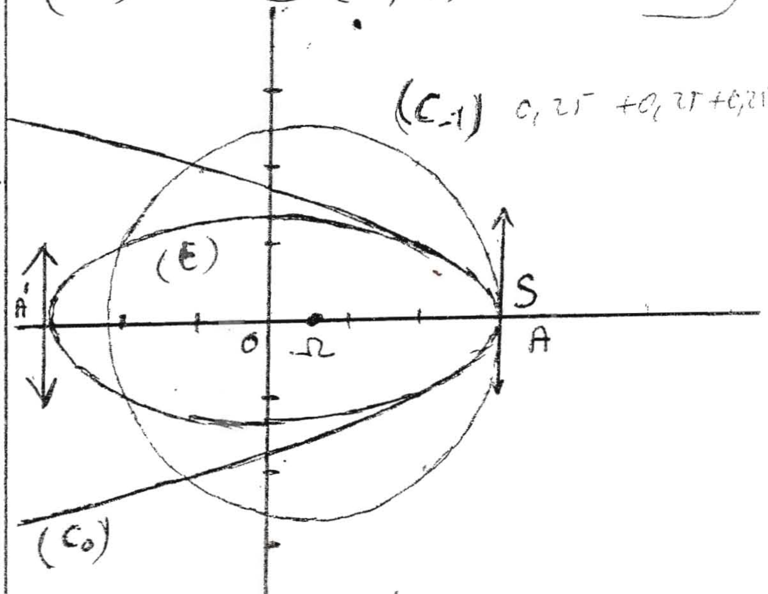
(C_0) est une parabole de sommet $S(3;0)$, de parametre $p=\frac{1}{2}$ et de foyer $F(-\frac{1}{4},0)$ dans $(S,\vec{i},\vec{j})$ et $F(\frac{11}{4};0)$ dans $(O,\vec{i},\vec{j})$ et d'axe focal $(S,\vec{i})$ ou $(O,\vec{i})$, de directrice (D) $x=\frac{1}{4}$ dans $(S,\vec{i},\vec{j})$ et d'equation (D) $x=\frac{1}{4}+3=\frac{13}{4}$ dans le repere $(O,\vec{i},\vec{j})$.

• avec $a=1$ et $m=-1$ on a :

(C_{-1}) $x^2+y^2-x-6=0$

(C_{-1}) $(x-\frac{1}{2})^2+y^2=\frac{25}{4}=(\frac{5}{2})^2$ et 0,25

$(C_{-1})=\mathscr{C}(\Omega;\frac{5}{2})$ avec $\Omega\binom{\frac{1}{2}}{0}$.



b) $M\binom{x}{y}$ et $M'\binom{x'}{y'}$

$f(M)=M' \iff \begin{cases}x'=x\\ y'=\frac{1}{2}y\end{cases} \iff \begin{cases}x=x'\\ y=2y'\end{cases}$

$M(x,y)\in(C_{-1}) \iff (x-\frac{1}{2})^2+y^2=(\frac{5}{2})^2$

$\iff (x'-\frac{1}{2})^2+4y'^2=(\frac{5}{2})^2$

$\iff \frac{(x'-\frac{1}{2})^2}{(\frac{5}{2})^2}+\frac{y'^2}{(\frac{4}{5})^2}=1$ 0,5

L'equation cartesienne de (E) est

$$\frac{(x-\frac{1}{2})^2}{(\frac{5}{2})^2}+\frac{y^2}{(\frac{4}{5})^2}=1$$

c) avec $I(\frac{1}{2};0)$ $\begin{cases}X=x-\frac{1}{2}\\ Y=y\end{cases} \iff \begin{cases}x=X+\frac{1}{2}\\ y=Y\end{cases}$

$\frac{X^2}{(\frac{5}{2})^2}+\frac{Y^2}{(\frac{4}{5})^2}=1$ et (E) est une Ellipse de centre $I(\frac{1}{2};0)$, d'axe focal $(I,\vec{i})$, d'excentricité $e=$ 0,25

de sommet $A\binom{\frac{5}{2}}{0}$ $A'\binom{-\frac{5}{2}}{0}$ $B\binom{0}{\frac{4}{5}}$ $B'\binom{0}{-\frac{4}{5}}$