

**Exercice 1** (5 points)

Pour lancer un nouveau produit sur un marché, une société effectue un sondage auprès des potentiels clients.

Le tableau suivant donne les résultats du sondage où  $X$  représente le nombre des clients(en centaines) et  $y$  le prix du produit(en milliers de FCFA)

|       |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| $x_i$ | 42 | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 28 | 27 |
| $y_i$ | 10 | 11 | 13 | 15 | 17 | 19 | 22 | 25 | 28 | 32 | 36 | 40 | 44 | 47 |

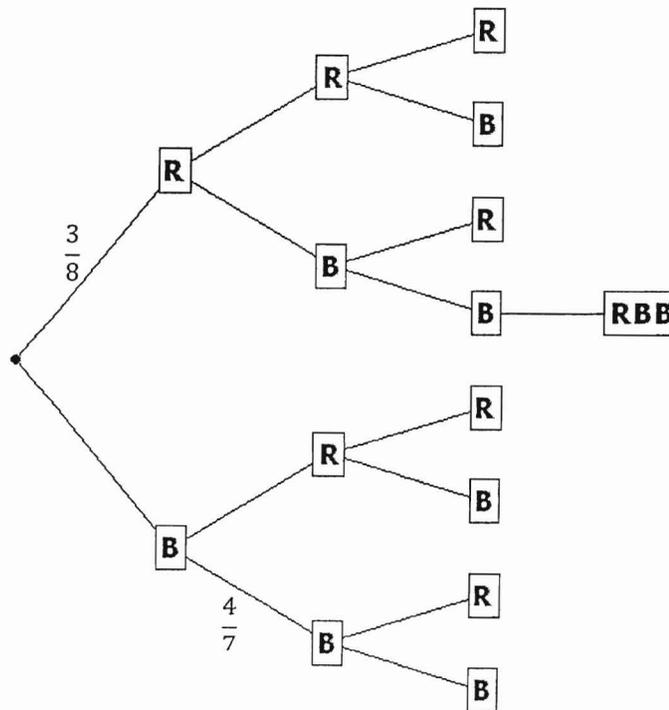
- 1) Représenter le nuage de points correspondant dans un repère orthonormal. On prendra pour unité graphique :  
1 cm pour en abscisses ;  
1,cm pour 2 unités en ordonnées.  
Et pour origine le point de coordonnée (26 ; 10).
- 2) Calculer les coordonnées du point moyen  $G(\bar{x} ; \bar{y})$  et le placer sur le graphique précédent.
- 3) Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre  $X$  et  $Y$ .
- 4) Déterminer une équation de la droite de régression (D) de  $y$  en  $x$  par la méthode de moindres carrés.

**Exercice 2** (5 points)

Une urne contient 8 jetons 5 blancs et 3 rouges.

On tire un premier jeton, puis un deuxième, puis un troisième (sans remettre les jetons tirés).

- 1) Recopier et compléter l'arbre suivant.



- 3) Décrire par une phrase l'événement contraire de  $A$ . Calculer sa probabilité.
- 4) Déterminer la probabilité de l'événement  $B$  : « Obtenir 2 jetons rouges ».
- 5) Calculer la probabilité de l'événement  $C$  : « Obtenir un jeton blanc au deuxième tirage ».

**Problème (10 points)**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $]0 ; +\infty[$  par :

$$f(x) = \frac{x + \ln x}{x^2}$$

On désigne par  $C$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal  $(O; I, J)$  d'unité graphique 2 cm.

**Partie A : Etude d'une fonction auxiliaire**

Soit  $h$  la fonction définie sur  $]0 ; +\infty[$  par :  $h(x) = 1 - x - 2\ln x$ .

- 1) Calculer  $h'(x)$  où  $h'$  est la dérivée de la fonction  $h$ .
- 2) Etudier le sens de variation de  $h$ .
- 3) Dresser le tableau de variation de  $h$  (le calcul des limites n'est pas demandé).
- 4) a) Calculer  $h(1)$ .  
b) En déduire le signe de  $h(x)$  suivant les valeurs de  $x$ .

**Partie B : Etude de la fonction  $f$**

- 1) Déterminer les limites  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ , puis interpréter graphiquement ces résultats
- 2) Soit  $f'$  la dérivée de  $f$ .  
a) Calculer  $f'(x)$ .  
b) Montrer que pour  $x$  élément de  $]0 ; +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{h(x)}{x^3}$ .  
c) En déduire le sens de variation de  $f$ .  
d) Etablir le tableau complet des variations de  $f$ .
- 3) a) Montrer que pour tout  $x$  appartenant à  $]1 ; +\infty[$ ,  $f(x) > 0$ .  
b) Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$  dans  $]\frac{1}{2} ; 1[$ .  
c) Vérifier que  $0,56 < \alpha < 0,57$ .
- 4) Tracer la courbe  $C$ . (on prendra  $\alpha \approx 0,56$ )

**Partie C : Calcul d'aire**

On considère la fonction  $F$  définie sur  $]0 ; +\infty[$  par :

$$F(x) = \ln x - \frac{1 + \ln x}{x}$$

- 1) Vérifier que  $F$  est une primitive de  $f$  sur  $]0 ; +\infty[$ .
- 2) Calculer la valeur exacte de l'aire, en  $cm^2$ , du domaine plan limité par la courbe  $C$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = 1$  et  $x = e$ .

MINISTRE DE L'EDUCATION NATIONALE,  
DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET TECHNIQUE,  
DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE,  
DE LA CULTURE, DE LA JEUNESSE ET DES SPORTS

REPUBLIQUE GABONAISE  
Union - Travail - Justice

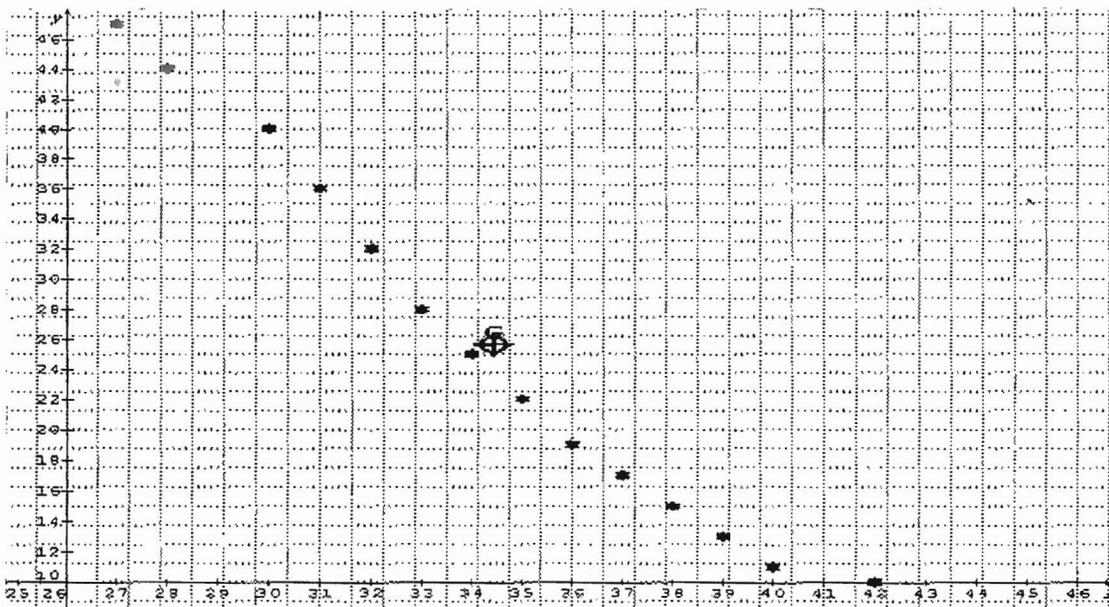
DIRECTION GENERALE DES EXAMENS ET CONCOURS

DIRECTION DU BACCALAUREAT

Proposition de correction BAC 2012  
Série A1

**Exercice 1 (5 points)**

1. Nuage de points



2. Coordonnées du point moyen

$$\bar{x} = \frac{1}{14} \sum_{i=1}^{14} x_i = 34,4286 \quad \text{et} \quad \bar{y} = \frac{1}{14} \sum_{i=1}^{14} y_i = 25,6429$$

Voir figure pour le point G.

3. Détermination du coefficient de corrélation linéaire

$$r = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sqrt{V(x)V(y)}}$$

$$\text{cov}(x, y) = \frac{1}{14} \sum_{i=1}^{14} x_i y_i - \bar{x} \times \bar{y} = -51,7755$$

$$V(x) = \frac{1}{14} \sum_{i=1}^{14} x_i^2 - (\bar{x})^2 = 19,102057 \quad \text{et} \quad V(y) = \frac{1}{14} \sum_{i=1}^{14} y_i^2 - (\bar{y})^2 = 144,086413$$

d'où  $r = -0,986899$

#### 4. Droite de régression de $y$ en $x$

L'équation de la droite de régression obtenue par la méthode des moindres carrés est donnée par

$$y = ax + b$$

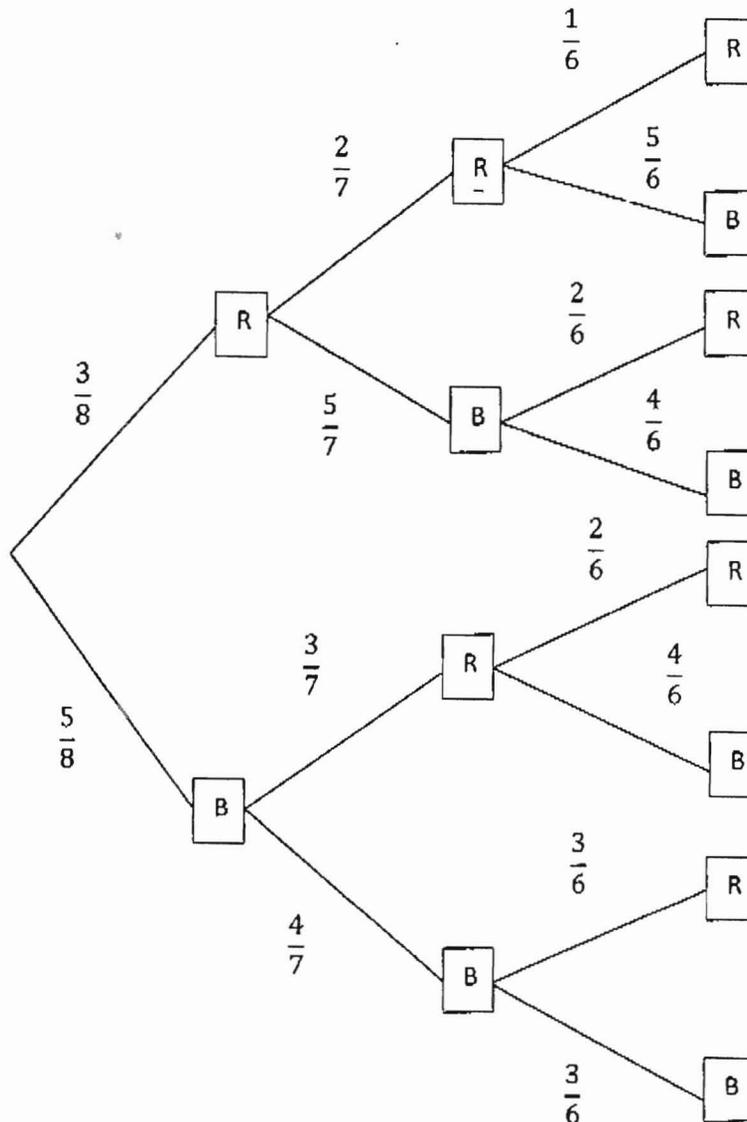
avec :

$$a = \frac{\text{cov}(x, y)}{V(x)} = -2,71047 \text{ et } b = \bar{y} - a\bar{x} = 118,96047$$

d'où  $y = -2,71x + 118,96$ .

### Exercice 2

#### 1. Arbre complet



#### 2. Probabilité de l'évènement $A$

$$p(A) = \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{5}{28}$$

#### 3. $\bar{A}$ : « Obtenir au moins un jeton rouge »

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A) = 1 - \frac{5}{28} = \frac{23}{28}$$

A1

## 4. Probabilité de l'évènement B

$$p(B) = p(RRB) + p(RBR) + p(BRR) = \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} \times \frac{5}{6} + \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} \times \frac{2}{6} + \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} \times \frac{2}{7} = \frac{15}{56}$$

## 5. Probabilité de l'évènement C

$$p(C) = p(RBR) + p(RBB) + p(BBR) + p(BBB) = \frac{35}{56}$$

**Problème****Partie A : Etude d'une fonction auxiliaire**

## 1. Dérivée

$$h'(x) = -1 - \frac{2}{x}$$

## 2. Sens de variation

$$h'(x) = -1 - \frac{2}{x} < 0 \text{ pour } x \in ]0; +\infty[ :$$

la fonction  $h$  est strictement décroissante.

## 3. Tableau de variation

|         |   |           |
|---------|---|-----------|
| $x$     | 0 | $+\infty$ |
| $h'(x)$ |   | -         |
| $h(x)$  |   |           |

4. a) Calcul de  $h(1)$ 

$$h(1) = 1 - 1 - 2\ln 1 = 0$$

b) D'après le sens de variation de  $h$ , on a :

$$0 < x < 1 \Rightarrow h(x) > h(1)$$

$$x > 1 \Rightarrow h(x) < h(1)$$

or  $h(1) = 0$ , on obtient :

$$h(x) > 0 \text{ pour } x \in ]0; 1[ \text{ et } h(x) < 0 \text{ pour } x \in ]1; +\infty[$$

**Partie B : Etude de la fonction  $f$** 

## 1. Limites

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^2} (x + \ln x) = -\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x^2} \right) = 0$$

**Interprétation graphique**L'axe des abscisses ( $y = 0$ ) et l'axe des ordonnées ( $x = 0$ ) sont asymptotes à  $(C)$ 

## 2. a) Dérivée

$$f'(x) = \frac{\left(1 + \frac{1}{x}\right)x^2 - 2x(x + \ln x)}{x^4} = \frac{-x^2 + x - 2x \ln x}{x^4}$$

## b) Vérification

$$f'(x) = \frac{x(1 - x - 2 \ln x)}{x^4} = \frac{1 - x - 2 \ln x}{x^3} = \frac{h(x)}{x^3}$$

c) Sens de variation de  $f$ Comme  $x > 0$ ,  $f'(x)$  a le signe de  $h(x)$ . $f'(x) > 0$  pour  $x \in ]0; 1[$  et  $f$  est strictement croissante sur  $]0; 1[$ . $f'(x) < 0$  pour  $x \in ]1; +\infty[$  et  $f$  est strictement décroissante sur  $]1; +\infty[$ .

A1

d) Tableau complet des variations de  $f$ 

$$f(1) = \frac{1 + \ln 1}{1^2} = 1$$

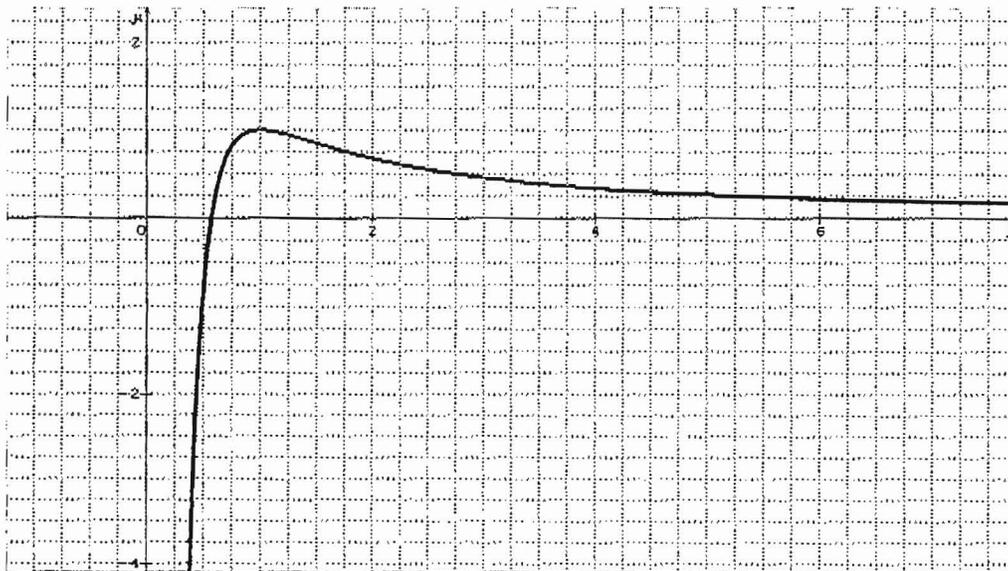
|         |   |           |           |   |
|---------|---|-----------|-----------|---|
| $x$     | 0 | 1         | $+\infty$ |   |
| $f'(x)$ |   | +         | 0         | - |
| $f(x)$  |   |           | 1         |   |
|         |   | $-\infty$ |           | 0 |

3. a) Signe de  $f(x)$  pour  $x > 1$ D'après le tableau de variations de  $f$ , on a :Pour  $x \in ]1; +\infty[$ ,  $0 < f(x) < 1$  d'où le résultat.b) Résolution de l'équation  $f(x) = 0$  dans  $]\frac{1}{2}; 1[$  $f$  est dérivable et strictement croissante sur l'intervalle  $]\frac{1}{2}; 1[$ .De plus,  $f(\frac{1}{2}) = 2 - 4\ln 2 < 0$  et  $f(1) = 1$ D'où l'équation  $f(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$  dans  $]\frac{1}{2}; 1[$ .

## c) Vérification

 $f(0,56) \approx -0,06$  et  $f(0,57) \approx 0,02$  d'où  $0,56 < \alpha < 0,57$ .

## 4. Représentation graphique



## Partie C : Calcul d'aire

## 1. Vérification

$$F'(x) = \frac{1}{x} - \frac{\frac{1}{x} \times x - (1 + \ln x)}{x^2} = \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x^2} = \frac{x + \ln x}{x^2} = f(x)$$

donc  $F$  est une primitive de  $f$  sur  $]0; +\infty[$ .

## 2. Calcul d'aire

Sur  $[1; e]$ ,  $f > 0$  d'où l'aire demandée est :

$$\mathcal{A} = \left( \int_1^e f(x) dx \right) ua = [F(e) - F(1)]ua = \left( 2 - \frac{2}{e} \right) ua$$

or  $1 ua = 4 \text{ cm}^2$ , donc

$$\mathcal{A} = 4 \left( 2 - \frac{2}{e} \right) \text{ cm}^2$$

MINISTRE DE L'EDUCATION NATIONALE,  
DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET TECHNIQUE,  
DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE,  
DE LA CULTURE, DE LA JEUNESSE ET DES SPORTS

REPUBLIQUE GABONAISE  
Union - Travail - Justice

DIRECTION GENERALE DES EXAMENS ET CONCOURS

DIRECTION DU BACCALAUREAT

PROPOSITION DE  
GRILLE DE CORRECTION BAC 2012  
Série A1

Exercice 1 (5 points)

|          |  |          |            |      |
|----------|--|----------|------------|------|
| 1)       | Repère orthogonal                            |          | 0,25 point | 1    |
|          | Nombre de points $\leq 7$                    |          | 0          |      |
|          | Nombre de points entre 7 et 9                |          | 0,5        |      |
|          | Nombre de points $\geq 10$                   |          | 0,75       |      |
| 2)       | Calcul de $\bar{x}$ (avec ou sans formule)   |          | 0,25       | 0,75 |
|          | Calcul de $\bar{y}$ (avec ou sans formule)   |          | 0,25       |      |
|          | Repérage du point $G$ sur le graphique       |          | 0,25       |      |
| 3)       | Coefficient de corrélation (résultat plaqué) |          | 1          | 2    |
|          | Covariance                                   | Formule  | 0,25       |      |
|          |  | Résultat | 0,25       |      |
|          | Variance de $x$                              | Formule  | 0,25       |      |
|          |  | Résultat | 0,25       |      |
|          | Variance de $y$                              | Formule  | 0,25       |      |
|          |  | Résultat | 0,25       |      |
|          | Coefficient de corrélation                   | Formule  | 0,25       |      |
| Résultat |  | 0,25     |            |      |
| 4)       | Equation juste (plaquée)                     |          | 0,5        | 1,25 |
|          | Coefficient directeur                        | Formule  | 0,25       |      |
|          |  | Résultat | 0,25       |      |
|          | Ordonnée à l'origine                         | Formule  | 0,25       |      |
|          |  | Résultat | 0,25       |      |
|          | Equation                                     |          | 0,25       |      |

Exercice 2 (5 points)

|    |                                    |                           |        |      |
|----|------------------------------------|---------------------------|--------|------|
| 1) | Arbre complété                     | Quatre premières branches | 0,25x4 | 2    |
|    |                                    | Quatre derniers nœuds     | 0,25x4 |      |
| 2) | Démarche                           | Structurée                | 0,5    | 0,75 |
|    |                                    | Peu structurée            | 0,25   |      |
|    | Résultat juste $p(A)$ et/ou plaqué |                           | 0,25   |      |
| 3) | Phrase correcte                    |                           | 0,25   | 0,75 |
|    | Formule $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$    |                           | 0,25   |      |
|    | Résultat juste                     |                           | 0,25   |      |
| 4) | Démarche                           | Structurée                | 0,5    | 0,75 |
|    |                                    | Peu structurée            | 0,25   |      |
|    | Résultat juste $p(B)$ et/ou plaqué |                           | 0,25   |      |

A1

|    |                                    |                |      |      |
|----|------------------------------------|----------------|------|------|
| 5) | Démarche                           | Structurée     | 0,5  | 0,75 |
|    |                                    | Peu structurée | 0,25 |      |
|    | Résultat juste $p(C)$ et/ou plaqué |                | 0,25 |      |

**Problème (10 points)****Partie A (3 points)**

|                                      |                               |                     |                                    |      |
|--------------------------------------|-------------------------------|---------------------|------------------------------------|------|
|                                      | Dérivée                       | $x \mapsto 1 - x$   | 0,25                               | 1    |
|                                      |                               | $x \mapsto \ln x$   | 0,25                               |      |
|                                      |                               | $x \mapsto -2\ln x$ | 0,5                                |      |
|                                      | Résultat direct               |                     | 1                                  |      |
|                                      | Résultat avec erreur de signe |                     | 0,75                               |      |
| 2)                                   | Signe de $h'(x)$              |                     | 0,5                                | 0,75 |
| Sens de variation de la fonction $h$ |                               | 0,25                |                                    |      |
| 3)                                   | Tableau de variation          |                     | 0,25                               | 0,25 |
| 4)                                   | a)                            | Calcul de $h(1)$    | 0,25                               | 0,25 |
|                                      | b)                            | Signe de $h(x)$     | Démarche structurée + résultat     | 0,75 |
|                                      |                               |                     | Démarche peu structurée + résultat | 0,5  |
|                                      |                               |                     | Résultat plaqué                    | 0,25 |

**Partie B (5,5 points)**

|                |                              |                                     |   |      |      |
|----------------|------------------------------|-------------------------------------|---|------|------|
| 1)             | Limite en 0                  | Justification                       | 0,25  | 0,5  |      |
|                |                              | Résultat                            | 0,25  |      |      |
|                | Limite en $+\infty$          | Justification                       | 0,25  | 0,5  |      |
|                |                              | Résultat                            | 0,25  |      |      |
| Interprétation |                              |                                     | 0,25x2                                      | 0,5  |      |
| 2)             | a)                           | Démarche                            | 0,25  | 0,75 |      |
|                |                              | Développement                       | 0,25  |      |      |
|                |                              | Résultat après réduction            | 0,25  |      |      |
|                | b)                           | Vérification                        | 0,25  | 0,25 |      |
|                | c)                           | Signe de $f'(x)$                    | Sens de variation de $f$                    | 0,25 | 0,5  |
|                |                              |                                     |   | 0,25 |      |
|                | d)                           | Calcul de $f(1)$                    | Tableau de variation complet                | 0,25 | 0,75 |
|                |                              |                                     |   | 0,5  |      |
| 3)             | a)                           | Justification                       | 0,25  | 0,25 |      |
|                | b)                           | Théorème des valeurs intermédiaires | $f\left(\frac{1}{2}\right) \times f(1) < 0$ | 0,25 |      |
|                |                              |                                     | Reste du théorème et conclusion             | 0,25 |      |
| c)             | $f(0,56) \times f(0,57) < 0$ | 0,25                                | 0,25  |      |      |
| 4)             | Repère                       |                                     | 0,25  | 0,75 |      |
|                | Courbe                       |                                     | 0,5   |      |      |

**Partie C (1,5 point)**

|    |   |                   |                               |      |      |
|----|---|-------------------|-------------------------------|------|------|
| 1) | Vérification  | Calcul de $F'(x)$ | Calcul                        | 0,25 | 0,75 |
|    |   |                   | Résultat après simplification | 0,25 |      |
|    |   | Conclusion        |                               | 0,25 |      |
| 2) | Unité d'aire  |                   | 0,25                          | 0,75 |      |
|    | Interprétation de l'aire sous forme d'une intégrale |                   | 0,25                          |      |      |
|    | Résultat  |                   | 0,25                          |      |      |