Ministère de l'Education Nationale, chargé de la Formation Civique
- -
Direction d'Académie Provinciale de l'Ogooué-Maritime (Port-Gentil)
- -
Lycée Joseph AMBOUROUE AVARO

République Gabonaise
Union – Travail - Justice

Année Scolaire: 2022-2023

Baccalauréat Blanc session de février 2023	Série: D Durée: 4 heures Coefficient: 4
Epreuve de Mathématiques	

« L'usage de la calculatrice est autorisée »

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements constituent un objectif majeur pour les épreuves écrites de mathématiques et entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice1:……………………. QCM (Questionnaire à Choix Multiples)…….........................(4,5 points)

*Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Reporter sur la copie le numéro de la question suivie de la lettre correspondant à la réponse choisie. Une bonne réponse vaut **0,75 point**, une mauvaise réponse ou une absence de réponse vaut **0 point.***

1. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$, on donne le point $\Omega(1;\ -2;0)$, le plan P d'équation: $x+y-3z+4=0$ et $(\mathcal{D})$ la droite passant par Ω et perpendiculaire au plan P.
   a) Une représentation paramétrique de la droite $(\mathcal{D})$ est:

Réponse A	**Réponse B**	**Réponse C**	**Réponse D**
$\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=-3 \end{cases}, t\in\mathbb{R}$	$\begin{cases} x=2+t \\ y=-1+t \\ z=1-3t \end{cases}, \quad t\in\mathbb{R}$	$\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-2t \\ z=3t \end{cases}, \quad t\in\mathbb{R}$	$\begin{cases} x=2+t \\ y=-1+t \\ z=-3-3t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$

   b) Soit S la sphère de centre Ω et de rayon 3. L'intersection de la sphère S avec le plan P est:

Réponse A	**Réponse B**	**Réponse C**	**Réponse D**
Le point $I(1;\ -5;0)$	un cercle de rayon $r=3\sqrt{\frac{10}{11}}$	Le cercle de centre Ω et de rayon $r=2$	un cercle de rayon $r=\frac{3\sqrt{10}}{11}$

2. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$, on considère les points: $A(2;0;0), B(1;1;0),\ \ C(3;2;6)$ et $F(2;4;4)$.
   a) L'aire du triangle ABC en unités d'aire est égale à:

Réponse A	**Réponse B**	**Réponse C**	**Réponse D**
9	$\frac{9}{2}$	2	$\frac{3}{4}$

   b) Le volume du tétraèdre $FABC$ en unités de volume est égal à:

Réponse A	**Réponse B**	**Réponse C**	**Réponse D**
1	$\frac{9}{2}$	2	3

3. Soit f la fonction définie sur $]0;\ \pi[$ par $f(x) = \cos 2x - \cos x$. La valeur de $(f^{-1})'(0)$ est :

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{-\sqrt{3}}{2}$	0	$\frac{2\sqrt{3}}{9}$

4. Soit $E = \{1; 2; 3; 4\ ; 5; 6\}$. Combien des nombres pairs à quatre chiffres distincts de E peut-on former ?

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
60	120	360	180

Exercice 2 …………………Nombres Complexes-Configurations du plan……………………(5 points)

$\mathcal{P}$ est un plan affine muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On prendra pour unité graphique 1 cm.

1. Dans l'ensemble de nombres complexes $\mathbb{C}$, on considère l'équation :
   (E): $z^3 - z^2 + (-5 - 4i)z + 21 - 12i = 0$.
   a. On donne: $u = 2 + 4i$. Calculer u^2.
   b. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) sachant qu'elle admet une solution réelle.
2. On désigne par A, B et I les points d'affixes respectives : $z_A = 3 + 2i$; $z_B = -3$; $z_I = 1 - 2i$.
   a. Faire la figure que l'on complétera au cours de l'exercice.
   b. Ecrire sous forme algébrique le nombre complexe $Z = \frac{z_I - z_A}{z_I - z_B}$; puis en déduire la nature du triangle IAB.
   c. Soit C le point d'affixe $z_{C,}$ défini par $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AI}$. Montrer que $z_C = -1 - 6i$.
   d. Soit D le barycentre du système $\{(A, 1); (B, -1); (C, 1)\}$. Calculer l'affixe z_D du point D.
   e. Démontrer que le quadrilatère $ABCD$ est un carré.
3. On considère l'ensemble Γ des points M du plan tels que : $\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 4\sqrt{5}$.
   a. Montrer que B appartient à Γ.
   b. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de Γ puis construire l'ensemble Γ.

Exercice3………………..…......................Suites numériques………………………. (4,5 points)

Soit (u_n) la suite définie par : $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + n - 1 \end{cases}$

On pose, pour tout entier naturel non nul n, $v_n = 4u_n - 6n + 15$

1. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
2. Montrer que $v_n = \frac{7}{3^{n-2}}$.
3. En déduire l'expression de u_n en fonction de n.
4. On pose : $S_n = \sum_{k=1}^{n} v_k = v_1 + v_2 + \cdots + v_n$ et $S'_n = \sum_{k=1}^{n} u_k = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$.
   a) Montrer que : $S_n = \frac{63}{2} - \frac{7}{2\times 3^{n-2}}$.
   b) En déduire la limite de la suite de terme général S_n.
   c) Montrer que $S'_n = \frac{-7}{8\times 3^{n-2}} + \frac{3n(n-4)}{4} + \frac{63}{8}$.
5. Déterminer le plus petit entier naturel n à partir duquel on a : $v_n \leq \frac{1}{2187}$.

Exercice4 :…...Etude de fonction……………..…………….. (6points)

On considère la fonction f définie sur $]0;\ +\infty[$ par : $f(x) = \frac{\ln x}{e^x}$.

On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ d'unité graphique 4cm.

Partie: A **Etude d'une fonction auxiliaire**

Soit g la fonction définie sur $]0;\ +\infty[$ par : $g(x) = 1 - xlnx$.

1. Calculer les limites de g en 0 et en $+\infty$.
2. a) Etudier le sens de variation de g.

   b)Dresser le tableau de variation de g.

3a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α sur l'intervalle [1 ; 2].

b) Déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

4. Déterminer le signe de g sur $]0;\ +\infty[$.

Partie: B **Etude de la fonction *f***

1.a) Calculer les limites de f en 0 et en $+\infty$.

b) Interpréter graphiquement les résultats obtenus précédemment.

2.a) Montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{xe^x}$.

b) En déduire le sens de variation de f sur $]0;\ +\infty[$.

3.a) Montrer que $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha e^\alpha}$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

c) En déduire un encadrement de $f(\alpha)$ d'amplitude 10^{-2}.

4.a) Déterminer les coordonnées du point d'intersection A de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses.

b) Construire avec soin la courbe (C_f).

5. Soit m un nombre réel. Etudier graphiquement l'existence et le nombre de solutions de l'équation: $me^x - \ln x = 0$. (On discutera suivant les valeurs du paramètre m)

Bonne réussite !!!!

« Si l'esprit d'un homme s'égare, faites-lui étudier les mathématiques car dans les démonstrations, pour peu qu'il s'écarte, il sera obligé de recommencer. », **FRANCIS BACON**