



Baccalauréat Blanc session 2022

Epreuve de Mathématiques

Série : D
Durée : 4 heures
Coefficient : 4

EXERCICE N°1 (Q.C.M)4 Points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (Q.C.M), il contient quatre questions et pour chaque question, quatre réponses sont proposées avec les lettres A, B, C et D ; une seule de ces réponses convient. Indiquez sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondant à votre réponse.

1) On donne la fonction f définie sur \mathbb{R} :

$$\begin{cases} f(x) = x^2, & x \leq 1 \\ f(x) = 1 + \frac{\ln x}{x}; & x \geq 1 \end{cases} \text{ . Après étude de la dérivabilité de } f \text{ en } 1, \text{ on en déduit que :}$$

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
f est dérivable à gauche en 1 et non dérivable à droite en 1.	f n'est dérivable ni à gauche ni à droite en 1.	f est dérivable à droite en 1 et non dérivable à gauche en 1.	f est dérivable en 1.

2) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

$A(-1 + i)$ et $B(2 - i)$ sont deux points du plan. L'ensemble des points $M(z)$ du plan vérifiant

$$|z + 1 - i| = |z - 2 + i| \text{ est :}$$

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
La droite (AB)	Le cercle de diamètre $[AB]$	La médiatrice du segment $[AB]$	Le carré de côté $[AB]$

3) L'ensemble solution dans \mathbb{R} de l'équation $2\ln^3(x + 1) - 3\ln^2(x + 1) - 3\ln(x + 1) + 2 = 0$ est :
(On pourra remarquer que -1 est une racine du polynôme P définie par : $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2$)

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$(e^2 + 1; e^{-1} + 1; e^{\frac{1}{2}} + 1)$	$\{e^2; e^{-1}; e^{\frac{1}{2}}\}$	$\{e^2 - 1; e^{-1} - 1; e^{\frac{1}{2}} - 1\}$	$\{e^2 + 1; e^{-1} + 1; e^{\frac{1}{2}} + 1\}$

4) Dans une classe de 20 élèves (12 garçons et 8 filles), on décide de former un comité composé d'un président, d'un secrétaire et d'un trésorier.

Le nombre de comités comprenant au moins une fille qu'on peut former est :

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1056	6840	5520	3168

EXERCICE N° 2 : Géométrie analytique de l'espace (5 Points)

L'espace E est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points S(1,1,2), A(-3,0,0), B(1,0,-2) et C(-1,1,0).

- 1) Montrer que les points A, B et C déterminent un plan (P) d'équation : $x - 2y + 2z + 3 = 0$.
- 2) Soit (Q) l'ensemble des points $M(x; y; z)$ de E vérifiant $(\vec{BC} \wedge \vec{BS}) \cdot \vec{SM} = 0$.
 - a) Montrer que (Q) est un plan dont une équation cartésienne est : $x + 4y - z - 3 = 0$.
 - b) Montrer que (P) coupe (Q) suivant une droite (Δ) dont on donnera une représentation paramétrique.
 - c) Calculer la distance du point A au plan (Q).
- 3) a) Vérifier que SABC est un tétraèdre puis calculer son volume V.
 b) Calculer l'aire \mathcal{A} du triangle SAC puis déduire la distance du point B au plan (SAC).
- 4) Soit (Γ) l'ensemble des $M(x,y,z)$ tels que : $x^2 + y^2 + z^2 + 7y - 2z - 9 = 0$.
 - a) Montrer que (Γ) est une sphère dont on précisera le rayon R et les coordonnées de son centre.
 - b) Montrer que (Γ) est une sphère circonscrite au tétraèdre SABC.
 - c) Montrer que (P) coupe (Γ) suivant un cercle que l'on caractérisera.

EXERCICE N° 3 : Nombres complexes (5 Points)

- 1) On considère le polynôme P défini par : $P(z) = z^3 - (3 + 2i)z^2 + (1 + 5i)z + 2 - 2i$
 - a) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^2 - (3 + i)z + 2 + 2i = 0$
 - b) Démontrer que l'équation $P(z) = 0$ admet une solution imaginaire pure que l'on précisera,
 - c) Déterminer les nombres réels a et b tels que $P(z) = (z - i)(z^2 + az + b)$.
 - d) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$. (On donnera les solutions sous forme algébrique)
- B) On considère la suite de nombres complexes (z_n) définie par $z_0 = \sqrt{3} - i$ et pour tout entier naturel n non nul : $z_{n+1} = (1 + i)z_n$.
 - 1) a) Déterminer la forme trigonométrique de z_0 et de $1+i$.
 b) Déterminer la forme algébrique puis la forme trigonométrique de z_1 .
 c) Déduire des questions précédentes les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$
- 2) Pour tout entier naturel n , on considère les suites (u_n) et (v_n) définies respectivement par :
 $u_n = |z_n|$ et $v_n = \arg(z_n)$.
 - a) Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
 - b) Démontrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.
 - c) Pour tout entier naturel n , exprimer $u_n = |z_n|$ et $v_n = \arg(z_n)$ en fonction de n .
 - d) En déduire une forme trigonométrique de z_n .

EXERCICE N° 4 : Etude de fonctions et calcul d'aire. (6 Points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x - e^{2x-2}$. On note (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. On prendra 5 cm comme unité.

1) a) Déterminer la limite de f en $-\infty$.

b) Déterminer la limite de f en $+\infty$

2) Déterminer f' . Étudier le signe de $f'(x)$ et calculer la valeur exacte du maximum de f .

3) a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x$ est asymptote à la courbe (C) en $-\infty$.

b) Étudier la position relative de (C) et (D).

4) On note A le point de la courbe (C) d'abscisse 1.

Déterminer une équation de la tangente (T) en A à la courbe (C).

5) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans l'intervalle $]-\infty; 0,5]$ une unique solution qu'on notera α puis vérifier que $\alpha \in [0; 0,5]$.

6) Construire la courbe (C), l'asymptote (D) et la tangente (T).

7) On pose $\mathcal{A} = \int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) dx$.

a) On admet que f est positive sur $[\frac{1}{2}; 1]$. Donner une interprétation graphique de \mathcal{A} .

b) Déterminer l'aire du domaine compris entre la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \frac{1}{2}$ et $x = 1$.