Ministère de l'Education Nationale,
chargé de la Formation Civique
- -
Direction d'Académie Provinciale de l'Ogooué-Maritime
- -
Lycée Joseph AMBOUROUE AVARO

République Gabonaise
Union – Travail - Justice

Baccalauréat Blanc session 2022

Epreuve de Mathématiques

Série : D
Durée : 4 heures
Coefficient : 4

EXERCICE N°1 (Q.C.M) . . . .**4 Points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (Q.C.M), il contient quatre questions et pour chaque question, quatre réponses sont proposées avec les lettres A, B, C et D ; une seule de ces réponses convient. Indiquez sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondant à votre réponse.

1) On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$:

$\begin{cases} f(x) = x^2, & x \leq 1 \\ f(x) = 1 + \frac{lnx}{x}; & x \geq 1 \end{cases}$. Apres étude de la dérivabilité de f en 1, on en déduit que :

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
f est dérivable à gauche en 1 et non dérivable à droite en 1.	f n'est dérivable ni à gauche ni à droite en 1.	f est dérivable à droite en 1 et non dérivable à gauche en 1.	f est dérivable en 1.

2) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

$A(-1+i)$ et $B(2-i)$ sont deux points du plan. L'ensemble des points $M(z)$ du plan vérifiant

$|z+1-i| = |z-2+i|$ est :

Réponse A	**Réponse B**	**Réponse C**	**Réponse D**
La droite (AB)	Le cercle de diamètre $[AB]$	La médiatrice du segment $[AB]$	Le carré de côté $[AB]$

3) L'ensemble solution dans $\mathbb{R}$ de l'équation $2ln^3(x+1) - 3ln^2(x+1) - 3\ln(x+1) + 2=0$ est :
(On pourra remarquer que -1 est une racine du polynôme P définie par : $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2$)

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$\left(e^2+1;\ e^{-1}+1;\ e^{\frac{1}{2}}+1\right)$	$\left\{e^2;\ e^{-1};\ e^{\frac{1}{2}}\right\}$	$\left\{e^2-1;\ e^{-1}-1;\ e^{\frac{1}{2}}-1\right\}$	$\left\{e^2+1;\ e^{-1}+1;\ e^{\frac{1}{2}}+1\right\}$

4) Dans une classe de 20 élèves (12 garçons et 8 filles), on décide de former un comité composé d'un président, d'un secrétaire et d'un trésorier.

Le nombre de comités comprenant au moins une fille qu'on peut former est. :

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1056	6840	5520	3168

EXERCICE N° 2 : ***Géométrie analytique de l'espace . . . .(5 Points)***

L'espace E est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On considère les points S(1,1,2), A(-3,0,0) , B(1,0,-2) et C(-1,1,0).

1) Montrer que les points A, B et C déterminent un plan (P) d'équation : $x - 2y + 2z + 3 = 0$.
2) Soit (Q) l'ensemble des points $M(x; y; z)$ de E vérifiant $(\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BS}).\overrightarrow{SM} = 0$.
   a) Montrer que (Q) est un plan dont une équation cartésienne est : $x + 4y - z - 3 = 0$.
   b) Montrer que (P) coupe (Q) suivant une droite (Δ) dont on donnera une représentation paramétrique.
   c) Calculer la distance du point A au plan (Q).
3) a) Vérifier que SABC est un tétraèdre puis calculer son volume V.
   b) Calculer l'aire $\mathcal{A}$ du triangle SAC puis déduire la distance du point B au plan (SAC).
4) Soit (Γ) l'ensemble des M*(x,y,z)* tels que : $x^2+y^2+z^2+7y-2z-9 = 0$.
   a) Montrer que (Γ) est une sphère dont on précisera le rayon R et les coordonnées de son centre.
   b) Montrer que (Γ) est une sphère circonscrite au tétraèdre SABC.
   c) Montrer que (P) coupe (Γ) suivant un cercle que l'on caractérisera.

EXERCICE N° 3 ***: Nombres complexes . . . . (5 Points)***

1) On considère le polynôme P défini par : $P(z) = z^3 - (3 + 2i)z^2 + (1 + 5i)z + 2 - 2i$
   a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - (3 + i)z + 2 + 2i = 0$
   b) Démontrer que l'équation $P(z) = 0$ admet une solution imaginaire pure que l'on précisera,
   c) Déterminer les nombres réels a et b tels que $P(z) = (z - i)(z^2 + az + b)$.
   d) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$. (On donnera les solutions sous forme algébrique)

B) On considère la suite de nombres complexes (z_n) définie par $z_0 = \sqrt{3} - i$ et pour tout entier naturel *n* non nul: $z_{n+1} = (1 + i)z_n$.

1) a) Déterminer la forme trigonométrique de z_0 et de 1+*i*.
   b) Déterminer la forme algébrique puis la forme trigonométrique de z_1 .
   c) Déduire des questions précédentes les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$
2) Pour tout entier naturel *n*, on considère les suites (u_n) et (v_n) définies respectivement par : $u_n = |z_n|$ et $v_n = \arg(z_n)$.
   a) Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
   b) Démontrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.
   c) Pour tout entier naturel *n*, exprimer $u_n = |z_n|$ et $v_n = \arg(z_n)$ en fonction de *n*.
   d) En déduire une forme trigonométrique de z_n.

<u>EXERCICE N° 4</u> : *Etude de fonctions et calcul d'aire. . . . . (6 Points)*

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x - e^{2x-2}$. On note (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. On prendra 5 cm comme unité.

1) a) Déterminer la limite de f en $-\infty$.

b) Déterminer la limite de f en $+\infty$

2) Déterminer f'. Étudier le signe de $f'(x)$ et calculer la valeur exacte du maximum de f.

3) a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x$ est asymptote à la courbe (C) en $-\infty$.

b) Étudier la position relative de (C) et (D).

4) On note A le point de la courbe (C) d'abscisse 1.

Déterminer une équation de la tangente (T) en A à la courbe (C).

5) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans l'intervalle $]-\infty;\ 0{,}5]$ une unique solution qu'on noter $\propto$ puis vérifier que $\propto \in [0\ ;\ 0{,}5]$.

6) Construire la courbe (C), l'asymptote (D) et la tangente (T).

7) On pose $\mathcal{A} = \int_{\frac{1}{2}}^{1} f(x)dx$.

a) On admet que f est positive sur $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$. Donner une interprétation graphique de $\mathcal{A}$.

b) Déterminer l'aire du domaine compris entre la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \frac{1}{2}$ et $x = 1$.